

Modélisation mécanique S6

(42 heures)

Objectif du projet : ce cours utilise vos connaissances de S5 de mécanique et d'asservissement S5 S6. Nous allons les appliquer dans le cadre d'un projet : le but est de modéliser les systèmes mécaniques réels et de simuler leurs mouvements, ce qui permet de retrouver les performances par simulation.

Déroulement du projet : vous êtes en équipe de 3 ou 4 (groupes aléatoires). Chaque groupe est constitué d'un rapporteur et d'un planificateur (ces postes changent toutes les semaines, planning prédéfini fourni en début de semestre).

Rôle du planificateur : mise en place d'un planning numérique des tâches sur les 7 (ou 14) semaines du projet. Il met à jour ce planning (tâches effectuées, en cours et à faire) toutes les semaines. Il rend un document final récapitulant la progression du projet avec le temps passé par tâche.

Rôle du rapporteur : il s'approprie le travail du groupe; il l'explique ensuite pendant 5 à 10 minutes -à l'aide de documents clairs et concis- à l'enseignant, et présente le planning. Il restitue ensuite au groupe les remarques.

Rôle de chaque membre du groupe : il tient à jour un portfolio numérique (outil non imposé) dans lequel il répertorie **les tâches qu'il a effectuées** à chaque séance, chronologiquement (seul ou en groupe), pendant et en dehors des cours avec le temps consacré, les problèmes rencontrés, les solutions apportées. Le temps total hors séance doit apparaître. L'étudiant doit faire apparaître qu'il a participé à chaque compétence visée du projet (pas d'étudiant mono tâche !). Les brouillons, ordonnés chronologiquement, feront foi (à présenter dans un classeur) Temps à allouer au projet par personne : 42 heures encadrées + 21 heures non encadrées environ.

De plus, « un classeur de projet » sera tenu à jour avec les documents exposés par le rapporteur, classeur consultable à tout moment par l'enseignant. L'évaluation prendra fortement en compte la capacité du groupe à fournir des documents rigoureux et exploitables : professionnels.

Evaluation du projet : chaque audition d'un rapporteur est évaluée et contribue à la note de contrôle continu du groupe. Son portfolio est examiné en même temps et lui apporte une note personnelle. L'évaluation finale (toute l'équipe) complète la note du groupe : pendant 10 minutes le résultat des travaux est présenté et commenté, un bilan est attendu (prendre du recul), mais aucun dossier (oral uniquement avec les documents du classeur de projet) : les conclusions étayées sont évaluées prioritairement, ainsi que le planning restituant la démarche scientifique.

Plan

Mini projet	p.2
Rappels de calculs d'énergie cinétique et puissance	p.13
Méthodologie pour la modélisation d'un système	p.14
Calculs d'inertie et de couple équivalents	p.19
Mécanismes parfaits – mécanismes réels	p.22
Détermination expérimentale	p.26
Eléments d'adaptation entre moteur et récepteur	p.30
Exemples de simulations	p.37
Planification du projet	p.44

Thème d'étude

Modélisation du scooter Suzuki Burgman 650

A partir des caractéristiques du scooter, simulez le fonctionnement du scooter et retrouvez ses performances.

Présentation :

Le deux-roues Burgman 650 de Suzuki comporte une transmission variable continue commandée électriquement désignée par SECVT (Voir DT1 à DT4). Ce contrôleur mesure la vitesse de rotation du moteur et ajuste le rapport de réduction de la transmission à la vitesse du scooter suivant trois modes de commande de puissance :

- le mode « normal ou économie » (ME, non étudié) qui optimise le rapport de transmission pour réduire la consommation de carburant ;
- le mode « puissance » (MP, seul étudié) qui calcule le rapport de transmission permettant de faire fonctionner le moteur au régime de couple maximum ;
- le mode « séquentiel ou manuel » (MS, non étudié) qui permet de simuler le fonctionnement d'une boîte séquentielle.

En mode « puissance », la commande agit sur la transmission CVT pour atteindre la vitesse maximale du véhicule de la manière suivante :

Au démarrage, le rapport de la transmission CVT est maintenu égal à la valeur $k_{var\ mini}$ jusqu'à ce que le couple C_{max} du moteur soit atteint à 5000 tr/mn. Le régime moteur est ensuite maintenu constant à 5000 tr/mn pour que le moteur fonctionne au couple maximum et c'est donc le rapport de la transmission k_{var} qui varie de manière continue pour que le véhicule puisse continuer à accélérer avec le couple moteur maxi.

La puissance du moteur et son couple sont fournis par le document p4.

La puissance consommée par le véhicule est principalement due au rendement de la transmission de puissance entre le moteur et la roue, aux actions aérodynamiques et à la résistance au roulement. La résistance aérodynamique R_a dépend de la masse volumique ρ de l'air, la surface de traînée $S.C_x$ déterminée expérimentalement et la vitesse V du véhicule. La résistance au roulement est la conséquence des divers frottements qui apparaissent pendant le mouvement du véhicule (voir p22 à p25).

Les valeurs numériques des paramètres sont données en document technique p4.

Embrayage du scooter :

Fonctionnement : l'embrayage est composé de 6 disques. 20 cylindres en acier ($L=20\text{mm}$, $D=14\text{mm}$) sont entraînés en rotation par l'arbre d'entrée de l'embrayage. De 1750 à 2000 tr/mn (moteur), les cylindres se déplacent sur une came inclinée à 45° (course axiale : 2 mm) et compriment les 3 ressorts de rappel du plateau par effets inertiels. Au-delà de 2000 tr/mn, les cylindres appuient sur le plateau sur un rayon de 67 mm et ne se translatent plus.

Coefficient de frottement disques-garnitures = 0.3.

Surfaces de contact (couronnes) : $R_i=55\text{mm}$, $R_e=68\text{mm}$

Longueur des ressorts de rappel du plateau embrayage au repos : 9 mm (7 mm embrayage en prise)

On négligera l'action des rondelles Belleville entre les disques (elles ne servent qu'à décoller les disques entre eux lorsque l'effort presseur disparaît)

Variateur à courroie du scooter

Données :

Rayon apparent des poulies : $31\text{mm} < R < 67\text{mm}$

Longueur du ressort pré chargé dans la position du dessin page 11 : 60mm

Données sur la transmission du scooter :

transmission à la roue arrière

masse avec le pilote : 320 kg (35% à l'avant, 65% à l'arrière)

pneumatiques :

rayon roue arrière pneu écrasé = 315 mm, rayon roue avant pneu écrasé = 300 mm

coefficient de frottement pneu-route :

coefficient de frottement pneu-route : $f_{\text{statique}} = 0.9$ (sans patinage), $f_{\text{dynamique}} = 0.62$ (patinage)*Inerties* (dans l'ordre de la chaîne de transmission de puissance):Arbre moteur = 0.01 kg.m²Arbre 1 variateur = 0.018 kg.m²Arbre entrée embrayage = 0.026 kg.m²Arbre sortie embrayage = 0.0099 kg.m²Arbre 3 = 0.00063 kg.m²Arbre 4 = 0.00002 kg.m²Arbre 5 = 0.000018 kg.m²Arbre 6 = 0.000026 kg.m²Arbre 7 = 0.000026 kg.m²Arbre 8 = 0.000026 kg.m²Roue arrière = 0.015 kg.m²Roue avant = 0.015 kg.m²**Caractéristiques de la transmission (numérotation : du moteur vers la roue arrière)**

Réducteur	Rapport $k_i = \frac{\omega_s}{\omega_e}$
1	1/1.32
2	1/1.24
3	1/1.58
4	1/1.71
5	1
6	1
7	1
8	1/1.53

$$\text{Rapports du variateur continu } k_{\text{var}} = \frac{\omega_{sv}}{\omega_{ev}}$$

$$\text{Rapport mini : } k_{\text{var}} = 0,465$$

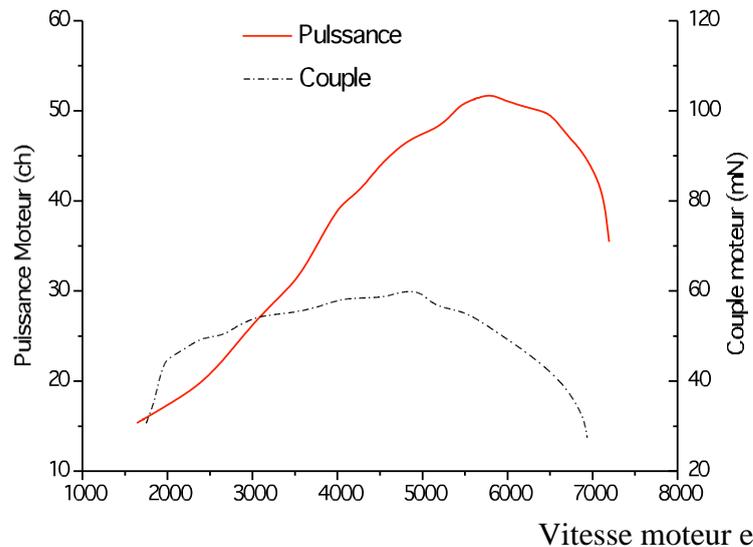
$$\text{Rapport maxi : } k_{\text{var}} = 1,8$$

Caractéristiques moteur : puissance et couple en fonction du régime moteur

$$P_M = 55cv (\approx 40.5 kW)$$

$$N_{\min} = 1500tr / \min$$

$$N_{P_{Max}} = 5700tr / \min$$

**Embrayage centrifuge :**

Couple d'embrayage pour $\dot{\theta}_{sv} > 74 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$: $C_e = 7.15 \cdot 10^{-3} * \dot{\theta}_{sv}^2 - 39$;

$\dot{\theta}_{sv}$: vitesse sortie variateur

Variateur :

La position du flasque mobil (3) est repérée par le paramètre $\lambda(t)$ tel que :

$$R_{43} = 2\lambda + 31 \cdot 10^{-3} \text{ avec } 0 < \lambda < 18 \cdot 10^{-3} ; R_{43} + R_{20} = 98 \cdot 10^{-3}$$

Ressort de tension de courroie :

$$F_{Ressort} = 58722 * (\lambda + 0.157) ; (\text{Unités SI})$$

Moteur à courant continu de commande du variateur :

$$U_{max} = 24 V ; I_{max} = 16 A ; R = 1.4 \Omega ; L = 2 \cdot 10^{-4} H ; k_{fem} = k_{couple} = 0.057 ;$$

$$J_{Mcc} = 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 ; C_{finterne} = 2.86 \cdot 10^{-5} \cdot \dot{\theta}_{Mcc}$$

Chaîne de transmission :

$$J_{37} = 3.2 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 ; J_{39} = 3.4 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 ; J_9 = 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 ; M_3 = 0.44 \text{ kg}$$

Aérodynamique châssis :

- Masse volumique de l'air : $\rho = 1,225 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Coefficient $S \cdot C_x = 0.5 \text{ m}^2$

Chronologie du fonctionnement du scooter :

Démarrage du moteur thermique : régime de ralenti 1750 tr/mn, k_{var} mini

De 1750 à 2000 tr/mn, mise en charge de l'embrayage centrifuge (début de la simulation), k_{var} mini.

A 2000 tr/mn, l'embrayage est en prise et patine (phase de démarrage). A l'instant t_e , l'embrayage ne patine plus (phase d'accélération), régime moteur inconnu, k_{var} mini jusqu'à 5000 tr/mn. Puis évolution de k_{var} pour conserver 5000 tr/mn.

Performances à retrouver par simulation :

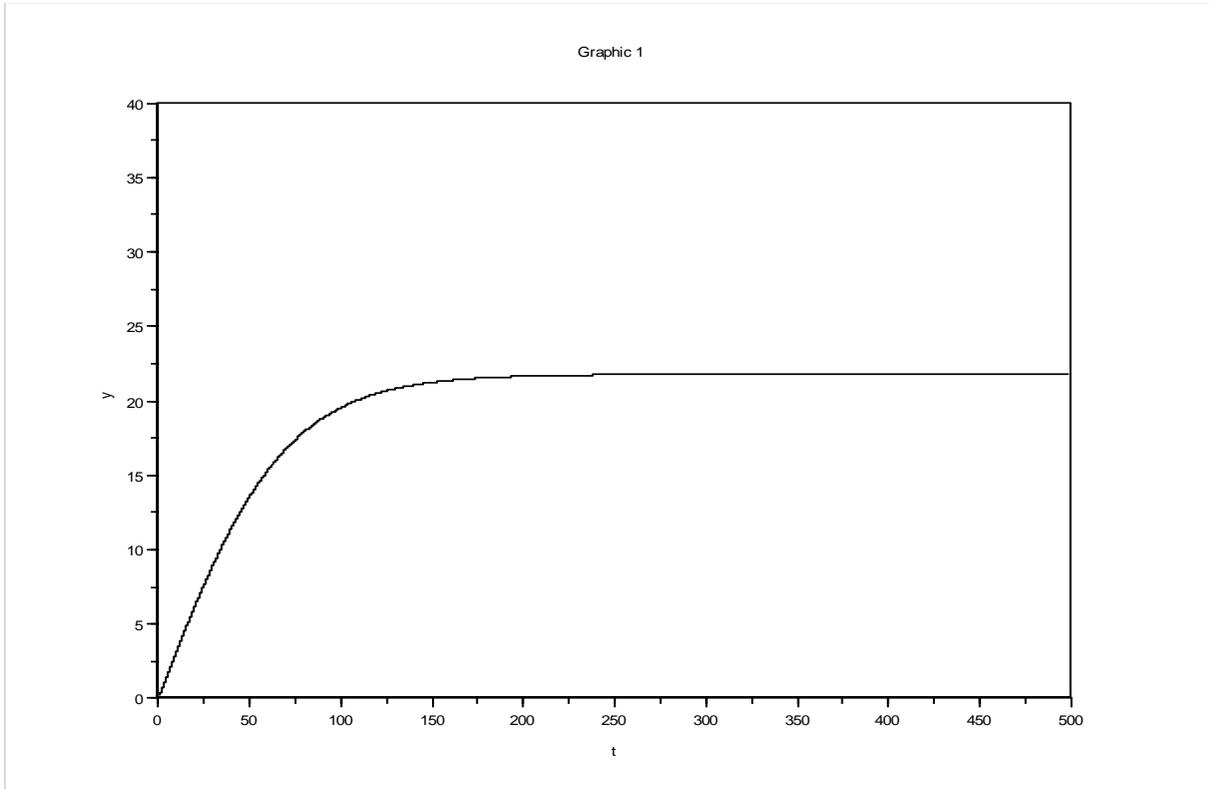
Accélération de 0 à 100 km/h : 6.6s

400 m départ arrêté : 15.4s

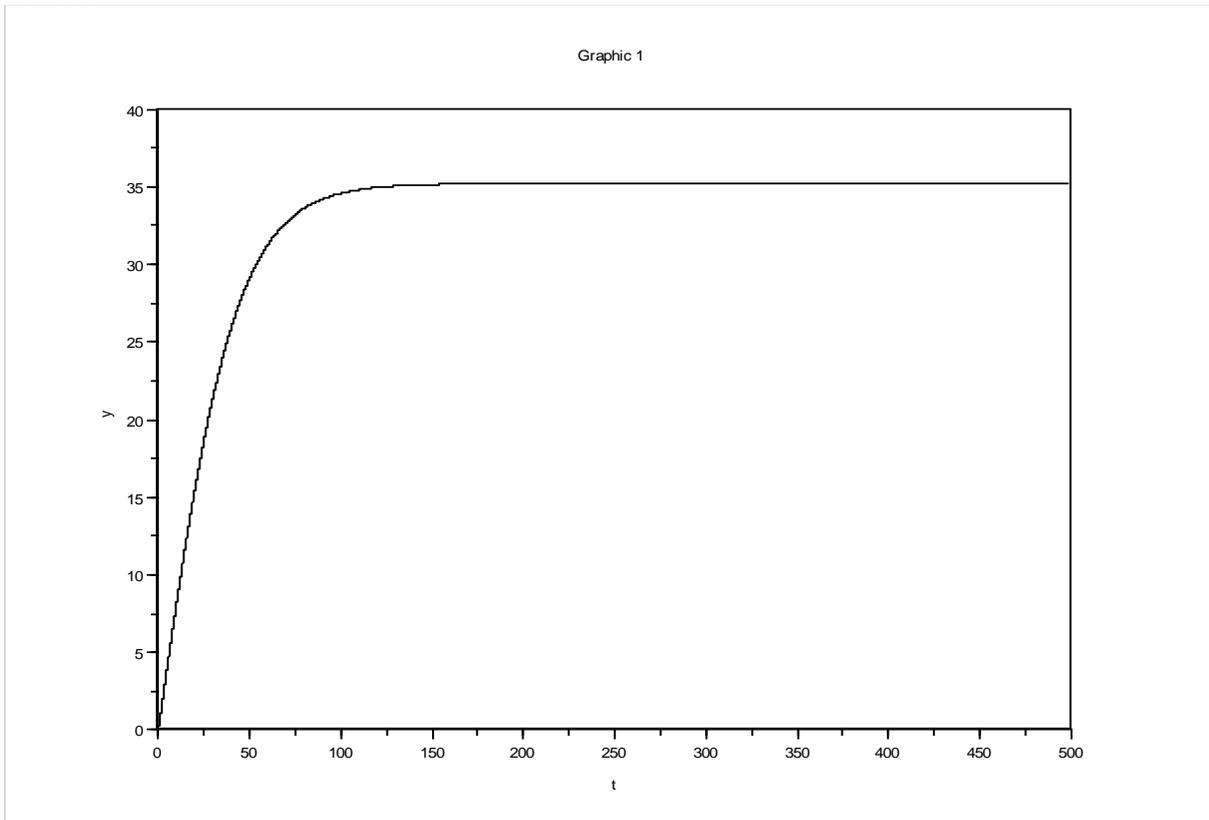
1000 m départ arrêté : 30s

Pour estimer les efforts dus aux différents frottements, on descend en roue libre (le moteur n'est pas entraîné en rotation ni la chaîne de transmission) une route de pente constante. On effectue deux enregistrements de mise en vitesse pour deux pentes différentes. (vitesse en m/s en fonction du temps en s) (voir p26 à p29 et l'exemple 3 p40)

Pente : 8.5°



Pente : 14°



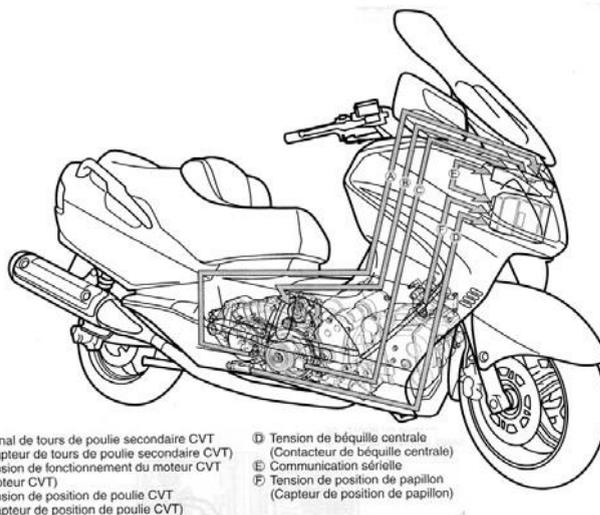
DT 1 : Mise en situation du variateur

Mise en situation du variateur SECVT à sélection continue ou séquentielle

SECVT: Suzuki Electronically-controlled Continuously Variable Transmission

Le Burgman 650, scooter de Suzuki, est le premier deux-roues au monde à intégrer une transmission variable continue électriquement commandée (SECVT Suzuki).

À la différence des variateurs à courroie conventionnels (centrifuge) présents sur une grande majorité de scooter qui ajuste le rapport de transmission uniquement en fonction de la vitesse de rotation du moteur, le système SECVT calcule le rapport de transmission en prenant en compte différents mode de commande de puissance.



Le contrôleur de SECVT calcule et pilote la vitesse de rotation du moteur en fonction de la vitesse du véhicule et de la position de commande de puissance, et ajuste automatiquement le rapport du variateur CVT en changeant le diamètre de la poulie motrice à l'aide d'un moteur électrique.

Le calculateur du SECVT, propose deux modes entièrement automatiques :

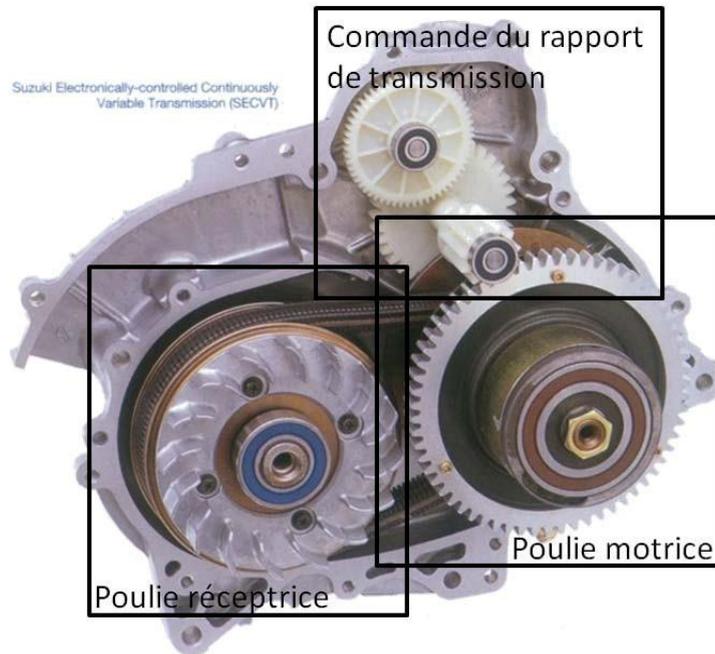
- "**le mode normal ou économie (ME)**" (*non étudié*) qui fournit le rapport de l'optimum CVT pour la consommation de carburant minimum,
- "**le mode puissance (MP)**" (*notre étude*) qui calcule le rapport permettant de faire fonctionner le moteur au régime de couple maximum afin de maximiser les performances du scooter.

Un **mode** de fonctionnement **manuel ou séquentiel (MS)** (*non étudié*) est également proposé permettant de simuler une boîte séquentielle.



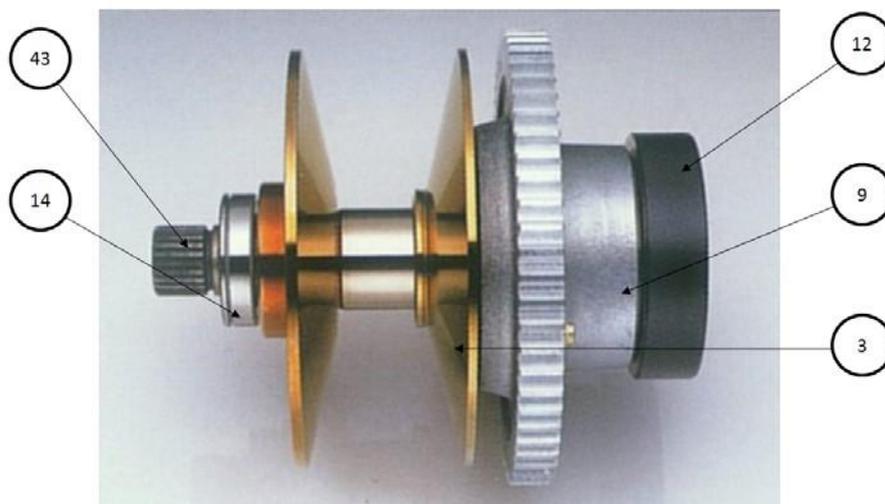
DT 2 : Constitution du variateur

Constitution du variateur SECVT à sélection continue ou séquentielle



Le variateur SECVT est constitué d'une poulie motrice, d'une poulie réceptrice, d'une courroie et d'une commande électrique du rapport de transmission via un moteur électrique et de deux trains d'engrenages (dessin d'ensemble p11, utile pour les numéros de pièces manquants)

La poulie motrice

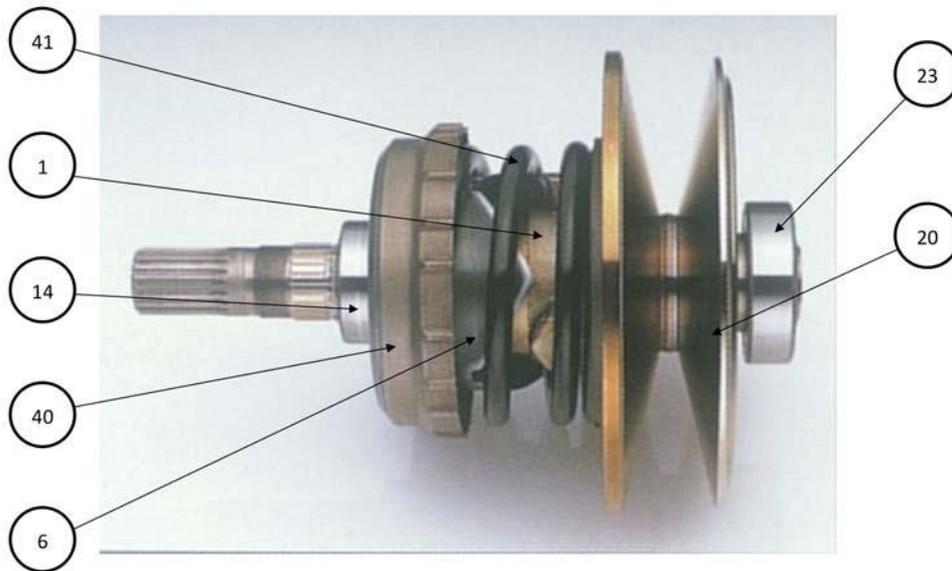


La poulie motrice est constituée du flasque mobile 3 et de l'arbre flasque primaire 43. Le flasque mobile 3 est en liaison glissière par rapport à l'arbre flasque primaire 43.

La roue dentée 9 est en liaison hélicoïdale par rapport à la vis de commande 12 qui est fixe par rapport au couvercle et en liaison pivot par rapport au flasque mobile primaire 43.

La rotation de la roue 9 permet d'écarter ou rapprocher les deux flasques permettant ainsi de faire varier le diamètre d'enroulement de la courroie et donc le rapport de réduction.

La poulie réceptrice

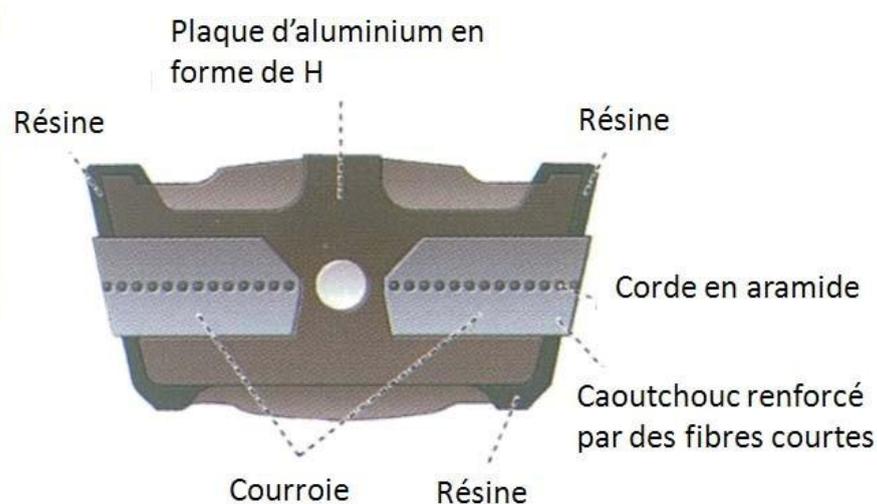


La poulie réceptrice est constituée du flasque mobile 1 et de l'arbre flasque secondaire 20.

Le flasque mobile 1 est en liaison pivot glissant par rapport à l'arbre flasque secondaire 20. La came couple 51 et la cible 40 sont fixes par rapport à l'arbre flasque secondaire 20. Quand la came couple 6 et le flasque mobile 1 sont en contact, la liaison correspondante peut être assimilée à une liaison hélicoïdale.

La vitesse de sortie du variateur est donnée par l'association du capteur 29 et de la cible 40.

La courroie

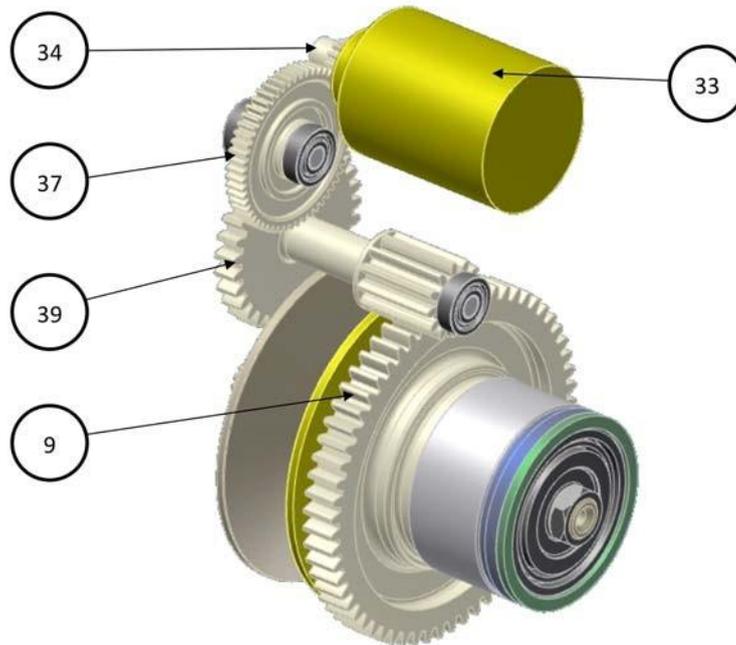


La courroie utilisée a été spécifiquement développée pour ce variateur. C'est une courroie composite hybride. Elle est constituée de 204 plaques d'aluminium reliées à deux courroies de caoutchouc renforcées par des fibres courtes et résistantes à la température. Le tout est recouvert de résine. Cette courroie permet d'assurer un rendement de 97%.

DT 4 : Constitution du variateur

La commande du rapport de transmission

La rotation de la roue dentée 9 permettant de modifier le rayon d'enroulement de la courroie sur la poulie motrice est commandée par le moteur 23 via des trains d'engrenages constitués par le pignon 34, les arbres de transmissions 37 et 39 et la roue dentée 9.



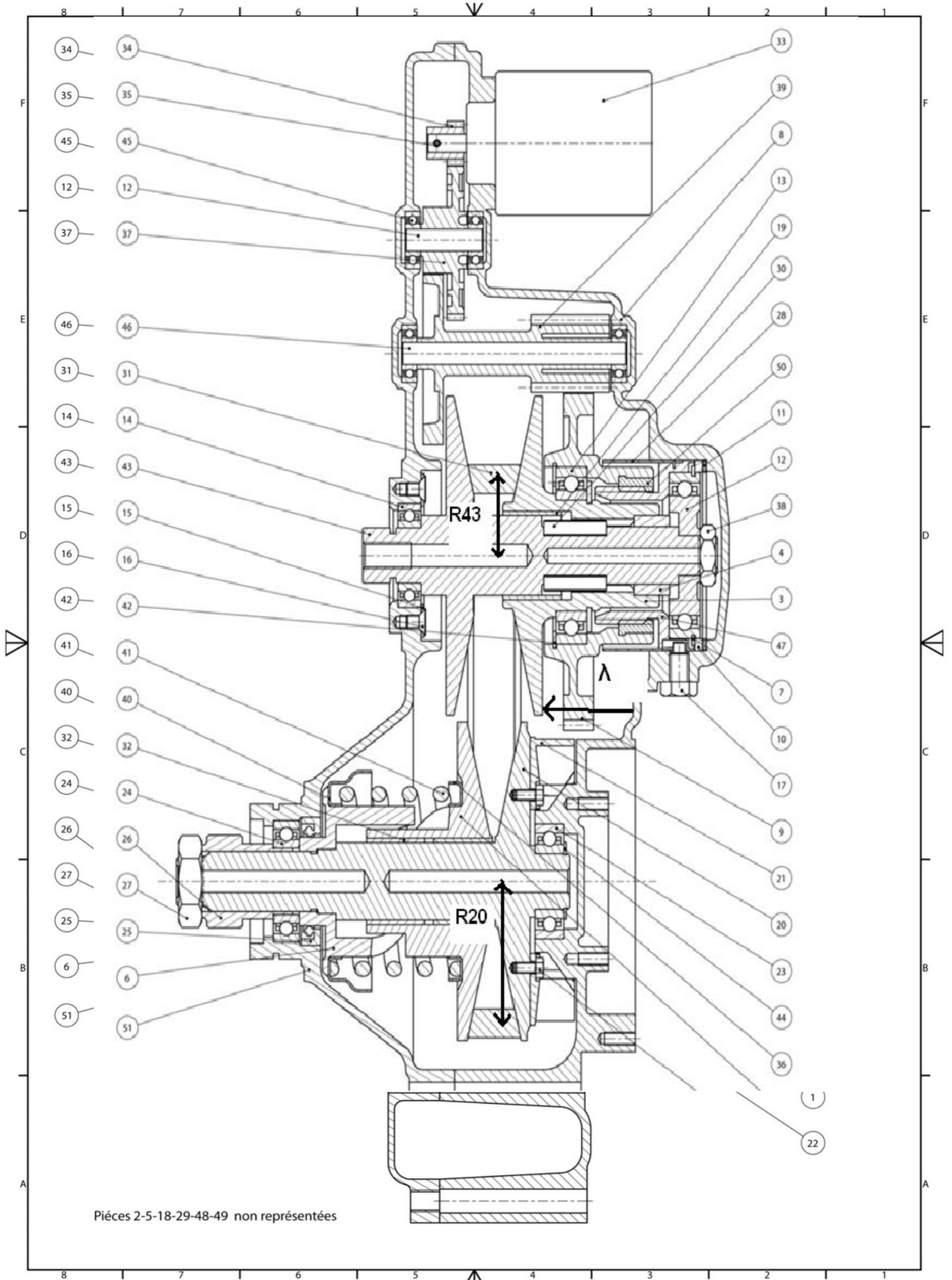
La poignée de commande permet de sélectionner les modes de fonctionnement du variateur :

D-M : Mode automatique ou manuel

Power : Mode puissance

Up-Down : Montée et descente des vitesses en mode manuel





Pièces 2-5-18-29-48-49 non représentées

RP	NB	Désignation	Matières	Remarques
1	1	Flasque mobile	A-S 10 G	Poulie secondaire
2	1	Filtre CVT		
3	1	Flasque mobile	C35	Poulie primaire
4	1	Coussinet	Cu Sn 12 Pb	
5	2	Vis H M6-20		
6	1	Came couple	C35	
7	1	Circlips		
8	1	Couvercle CVT	A-S 10 G	
9	1	Roue dentée	A-S 10 G	pas =5mm , Z=61 m=2.5
10	1	Cale	S235	
11	1	Joint torique		
12	1	Roulement		
13	1	Roulement		50BC10
14	1	Roulement		25BC10
15	1	Plaque d'arrêt	S235	
16	1	Vis FHC M6-10		
17	1	Vis d'arrêt H M10-15 PY		
18	1	Capteur de position		
19	1	Coussinet	Cu Sn 12 Pb	
20	1	Arbre flasque secondaire	C35	
21	1	Ventilateur	A-S 10 G	
22	4	Vis M5-10		
23	1	Roulement		25BC02
24	1	Roulement		30BC10
25	1	Joint à lèvres		type A, 40x58x10
26	1	Adaptateur	C50	
27	1	Ecrou H, M24		
28	1	Tôle de protection	S235	
29	1	Capteur de vitesse		
30	1	Clavette	S235	
31	1	Courroie		
32	2	Coussinet	Cu Sn 12 Pb	
33	1	Moteur CVT		
34	1	Pignon	Nylon	Z=14 m=1.25
35	1	Goupille élastique		3x15
36	1	Centrage ressort	S235	
37	1	Arbre de transmission	Nylon	Z=10 m=2.5, Z=56 m=1.25
38	1	Ecrou H, M18		
39	1	Arbre intermédiaire	Nylon	Z=12 m=2.5, Z=31 m=2.5
40	1	Cible	S235	
41	1	Ressort		
42	1	Circlips		
43	1	Arbre flasque primaire	C35	
44	1	Circlips		
45	4	Roulement		10BC10
46	1	Arbre	C35	
47	1	Vis de commande	C35	pas=5 mm
48	1	Adaptateur arbre primaire	C35	
49	1	Vis		
50	1	Insert écrou	Cu Sn 12 Zn 1 P	
51	1	Carter	A-S 10 G	
52	1	Arbre	C35	

Rappels de calculs d'énergie cinétique et puissance

1 : Solide en translation

$$E_c = \frac{1}{2} m V_G^2$$

2 : Solide en rotation

J : moment d'inertie calculé par rapport à l'axe de rotation fixe

$$E_c = \frac{1}{2} J \cdot \Omega^2$$

3 : Cas général

J : moment d'inertie calculé par rapport à l'axe de rotation passant par G

$$E_c = \frac{1}{2} m V_G^2 + \frac{1}{2} J \cdot \Omega^2$$

4 : Puissance

On appelle puissance extérieure (intérieure), la puissance développée par les actions mécaniques extérieures (intérieures) au système isolé. Elle est égale à la somme des comoments entre le torseur des efforts extérieurs (intérieurs) et le torseur cinématique de chaque solide composant le système.

$$\forall M_i \in S_i; P_{ext} = \sum_{i=1}^n \left\{ T_{F_{ext} \rightarrow S_i} \right\}_{M_i} \otimes \left\{ V_{S_i / Ro} \right\}_{M_i}$$

ou encore

$$\forall M_i \in S_i; P_{ext} = \sum_{i=1}^n \left[\overrightarrow{V_{Mi}} \bullet \vec{R}_i + \overrightarrow{\Omega_{Si/Ro}} \bullet \overrightarrow{M_{Mi}} \right] \quad P_{int} = \sum_{i,j} \left\{ T_{S_j \rightarrow S_i} \right\}_M \otimes \left\{ V_{S_i / S_j} \right\}_M$$

$$P = P_{méca} = P_{interne} + P_{externe}$$

5 : Equations du mouvement

A : système positionné par un seul paramètre : théorème de l'énergie cinétique :

$$P = dE_c/dt$$

B : système positionné par plusieurs paramètres :
Théorèmes généraux

Méthodologie pour la modélisation d'un système

L'objectif est de simuler le fonctionnement du système ainsi modélisé.

A : Il faut commencer par définir un repère de référence fixe puis un repère par sous ensemble cinématique composant le système.

B : On en déduit le paramétrage du système : les paramètres – de translation ou de rotation – qui permettent de passer d'un repère à un autre.

C : On détermine le nombre de paramètres indépendants : il y aura autant d'équations de mouvement à écrire qu'il y a de paramètres indépendants.

D : On détermine les caractéristiques de chaque sous ensemble cinématique : couple, inertie, rapport de réduction...

E : écriture des équations du mouvement

F : résolution numérique des équations de mouvement pour obtenir la réponse temporelle de notre système dynamique.

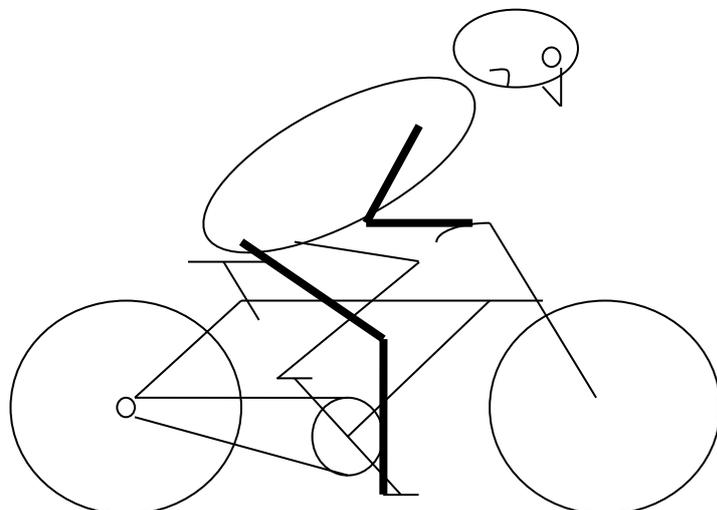
Exemple : un cycliste sur son vélo

On désire réaliser un vélo d'appartement qui permettrait au cycliste de retrouver les mêmes sensations qu'il aurait sur son vélo. Il faut donc que le cycliste est la même sensation d'inertie et de couple récepteur au niveau des jambes.

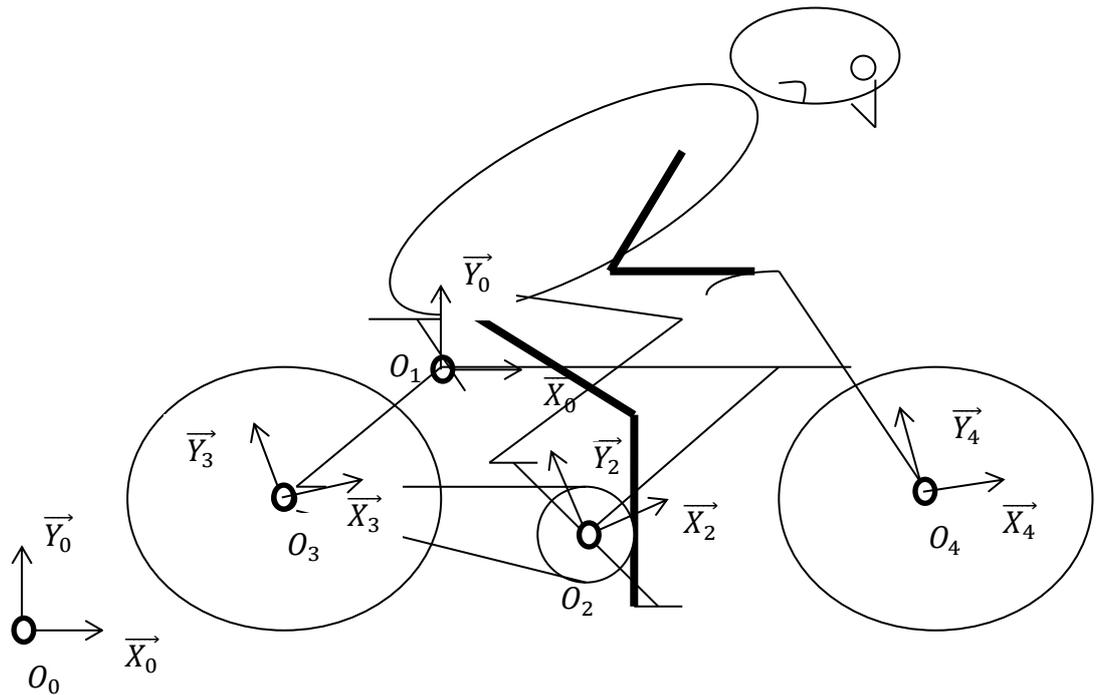
Il faut donc dimensionner un volant d'inertie (cylindre en fonte) et un couple résistant (frein à poudre piloté en intensité).

Le simulateur se limitant au ressenti d'inertie et de couple résistant, on prendra les hypothèses suivantes :

Trajectoire rectiligne, terrain plat, roulement sans glissement des roues, pas de déraillement, 3 plateaux et 6 pignons (18 vitesses).



A : Repères



Repère fixe : $R_0(O_0, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$

Repères mobiles :

$R_1(O_1, \vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1)$ lié au cadre, $R_2(O_2, \vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_2)$ lié au pédalier, $R_3(O_3, \vec{X}_3, \vec{Y}_3, \vec{Z}_3)$ lié à la roue arrière, $R_4(O_4, \vec{X}_4, \vec{Y}_4, \vec{Z}_4)$ lié à la roue avant

B : paramètres

$$\lambda = \overrightarrow{O_0 O_1} \cdot \vec{X}_0; \quad \varphi = (\vec{X}_0; \vec{X}_2); \quad \theta = (\vec{X}_0; \vec{X}_3); \quad \psi = (\vec{X}_0; \vec{X}_4)$$

C : paramètres indépendants

$\dot{\lambda}$ et $\dot{\theta}$ sont liés par la relation de roulement sans glissement de la roue arrière :

$$\dot{\lambda} = R_2 \dot{\theta}, \text{ avec } R_2 \text{ rayon de la roue arrière.}$$

$\dot{\lambda}$ et $\dot{\psi}$ sont liés par la relation de roulement sans glissement de la roue avant :

$$\dot{\lambda} = R_1 \dot{\psi}, \text{ avec } R_1 \text{ rayon de la roue avant.}$$

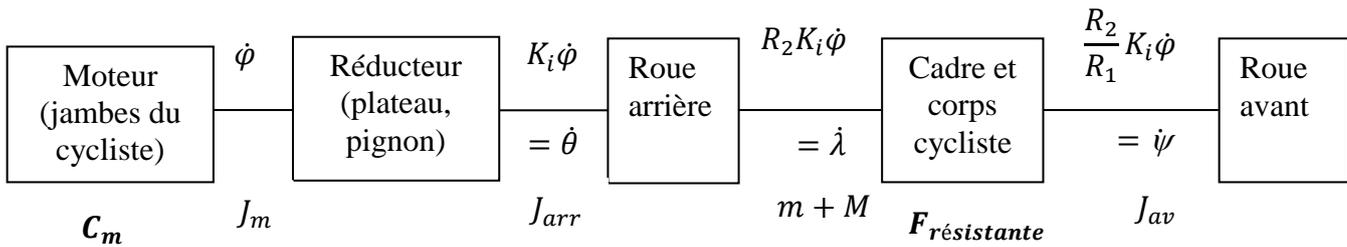
$\dot{\theta}$ et $\dot{\varphi}$ sont liés par la relation de non glissement de la chaîne

$$\dot{\theta} = K_i \dot{\varphi}, \text{ avec } K_i : \text{ rapport de réduction de la vitesse } i \text{ (} 1 \leq i \leq 18 \text{)}$$

Il ne reste donc qu'un seul paramètre indépendant. On choisit φ car ce paramètre se retrouve dans le vélo d'appartement également (rotation du pédalier).

D : caractéristiques

Schéma bloc du cycliste sur son vélo : modèle réel



Remarque : on doit retrouver dans ce schéma bloc tous les éléments constituant le cycliste sur son vélo. Chaque liaison entre blocs possède soit une vitesse de rotation associée à un moment d’inertie, soit une vitesse de translation associée à une masse.

Notations :

K_i : rapport de réduction de la vitesse i ($1 \leq i \leq 18$) ; C_m : couple délivré par le cycliste ;

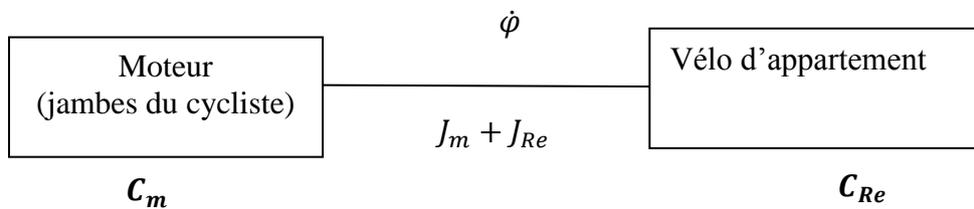
$F_{aéro}$: force aérodynamique appliquée sur le corps du cycliste et le cadre ;

R_1 : rayon roue avant ; R_2 : rayon roue arrière ; M : masse cycliste ; m : masse vélo ;

J_{av} : moment d’inertie roue avant ; J_{arr} : moment d’inertie roue arrière ; J_v : moment d’inertie volant d’inertie ; J_m : moment d’inertie du moteur (les jambes du cycliste) ;

NB : l’étape A est fastidieuse pour les systèmes plus complexes et devient implicite, l’important est de sortir le schéma bloc (étape D).

Schéma bloc du cycliste sur son vélo d’appartement : modèle équivalent



Notations :

J_{Re} : inertie du récepteur équivalent, C_{Re} : couple résistant du récepteur équivalent

Remarques : comment déterminer J_{Re} et C_{Re} ?

Notion de couple équivalent :

Le cycliste développe une force de poussée-traction sur les pédales que l’on transforme à l’aide du rayon du pédalier en couple moteur équivalent. De même, les efforts de frottements aérodynamiques et de roulement appliqués au récepteur sont transformés en un couple résistant équivalent. Pour se faire, on utilise un calcul de puissance en écrivant :

Puissance modèle réel = Puissance modèle équivalent

$$V_{vélo} = R_2 * (k_i * \dot{\varphi}) = \dot{\lambda}$$

Récepteur	Puissance	
Vélo de route (réel)	$P_{réelle} = C_m \cdot \dot{\varphi} + F_{résistant} \cdot \dot{\lambda}$ $P_{réelle} = C_m \cdot \dot{\varphi} + F_{résistant} \cdot R_2 K_i \dot{\varphi}$	
Vélo d'appartement (équivalent)	$P_{équivalente} = C_m \cdot \dot{\varphi} + C_{Re} \cdot \dot{\varphi}$	donc $C_{Re} = F_{résistant} \cdot R_2 K_i$

C_{Re} représente le couple que doit délivrer le frein à poudre.

Notion d'inertie équivalente :

Le récepteur possède une certaine masse qui se translate à la vitesse du vélo. Or notre récepteur tourne uniquement dans notre modèle : quelle est l'inertie équivalente en rotation à la masse en translation ? Pour la calculer, on utilise un calcul d'énergie cinétique en écrivant :

Ec modèle réel = Ec modèle équivalent

$$V_{vélo} = R_2 * (k_i * \dot{\varphi}) = \dot{\lambda}$$

Récepteur	Energie cinétique
Vélo de route (réel)	$E_{c\ réelle} = \frac{1}{2} J_m \cdot \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} J_{arr} \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} (M + m) \cdot \dot{\lambda}^2 + \frac{1}{2} J_{av} \cdot \dot{\psi}^2$ $E_{c\ réelle} = \frac{1}{2} (J_m + J_{arr} \cdot K_i^2 + (M + m) \cdot K_i^2 \cdot R_2^2 + J_{av} \cdot K_i^2 \cdot \frac{R_2^2}{R_1^2}) \cdot \dot{\varphi}^2$
Vélo d'appartement (équivalent)	$E_{c\ équivalente} = \frac{1}{2} (J_m + J_{Re}) \cdot \dot{\varphi}^2$

$$E_{c\ réelle} = E_{c\ équivalente}$$

Donc

$$J_{Re} = J_{arr} \cdot K_i^2 + (M + m) \cdot K_i^2 \cdot R_2^2 + J_{av} \cdot K_i^2 \cdot \frac{R_2^2}{R_1^2}$$

J_{Re} représente l'inertie du volant ramenée au pédalier.

E : équation du mouvement

Système à un paramètre : théorème de l'énergie cinétique : $P = \frac{dE_c}{dt}$

$$P = C_m \cdot \dot{\varphi} + C_{Re} \cdot \dot{\varphi}, E_c = \frac{1}{2} (J_m + J_{Re}) \cdot \dot{\varphi}^2, \frac{dE_c}{dt} = (J_m + J_{Re}) \cdot \dot{\varphi} \cdot \ddot{\varphi}$$

Equation de mouvement : $(J_m + J_{Re}) \cdot \ddot{\varphi} = C_m + C_{Re}$

F : résolution numérique de l'équation de mouvement (voir cours de méthodes numériques)

Règle de base :

La transformée de Laplace d'un dérivateur est : s

La transformée de Laplace d'un intégrateur est : $\frac{1}{s}$

La condition de stabilité d'une fonction de transfert du type : $F(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$ est : $\partial^\circ N(s) < \partial^\circ D(s)$

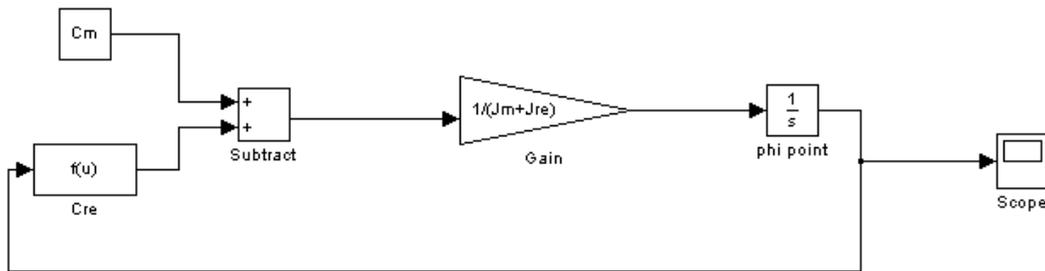
Donc un intégrateur sera facteur de stabilité de notre modèle numérique.

Conclusion : on exprimera le terme de plus haute dérivée en fonction du reste afin de ne faire apparaître que des intégrateurs dans les boucles de simulation.

Dans l'exemple :

$$\ddot{\phi} = \frac{C_m + C_{Re}}{J_m + J_{Re}}$$

Schéma simulink correspondant :



Pour travailler en littéral, il suffit de créer un fichier script enregistré dans le même répertoire que le fichier simulink pour y déclarer les variables et les affecter ($C_m, J_m, K_i, J_{re} \dots$).

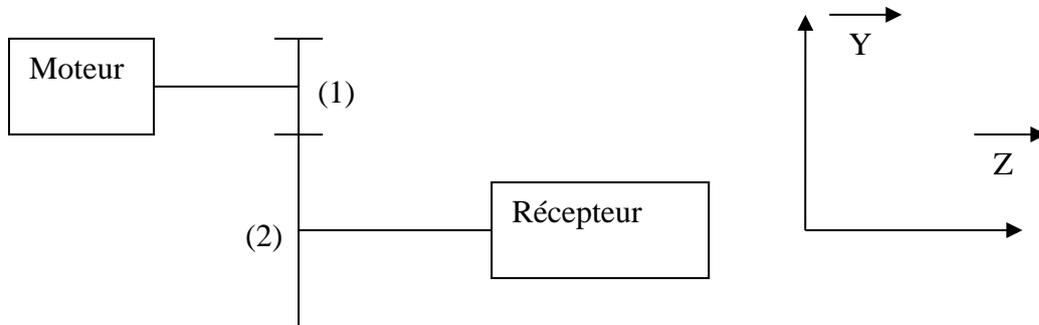
Remarque : on a considéré C_m comme une constante et C_{re} comme une fonction de ϕ .

Cette simulation nous permet d'observer l'évolution de la vitesse de rotation du pédalier en fonction du temps pour un couple moteur donné et un rapport de vitesse donné.

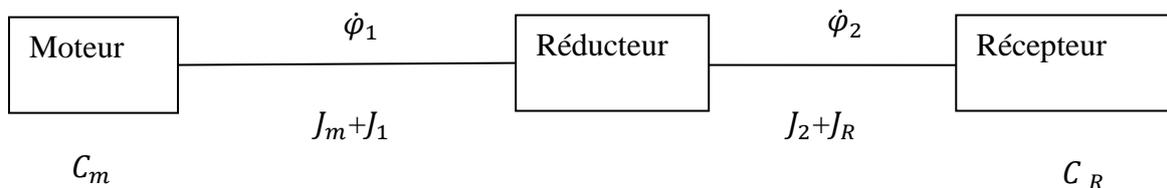
Calculs d'inerties équivalentes et de couples équivalents dans des exemples :

1 : les réducteurs

1.1 : les réducteurs simples à engrenages



Modélisation :



Caractéristiques :

Roue 1 : rayon R1, roue 2 : rayon R2

Convention :

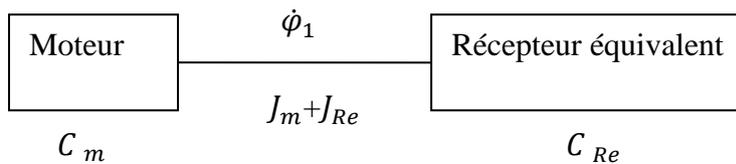
La puissance motrice sera positive, la puissance réceptrice négative.

Donc $P_m = C_m \cdot \dot{\phi}_1 > 0$; $P_r = C_R \cdot \dot{\phi}_2 < 0$

Rapport de réduction : $K = (1 / k) = \frac{\dot{\phi}_1}{\dot{\phi}_2}$, avec $K > 1$

On veut remplacer le réducteur et le récepteur par **un récepteur équivalent**, accouplé au même moteur.

Modèle équivalent :



Calculons l'inertie équivalente J_{Re} et le couple récepteur équivalent C_{Re} . Puis on calculera l'équation du mouvement.

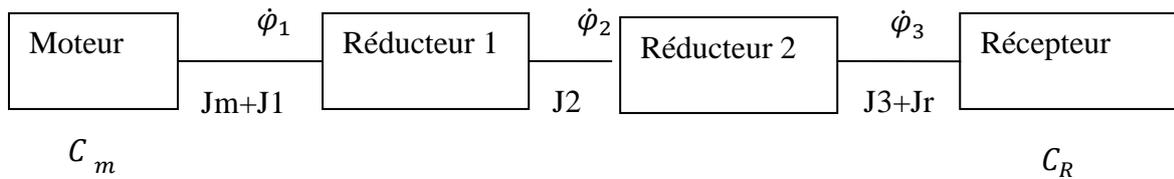
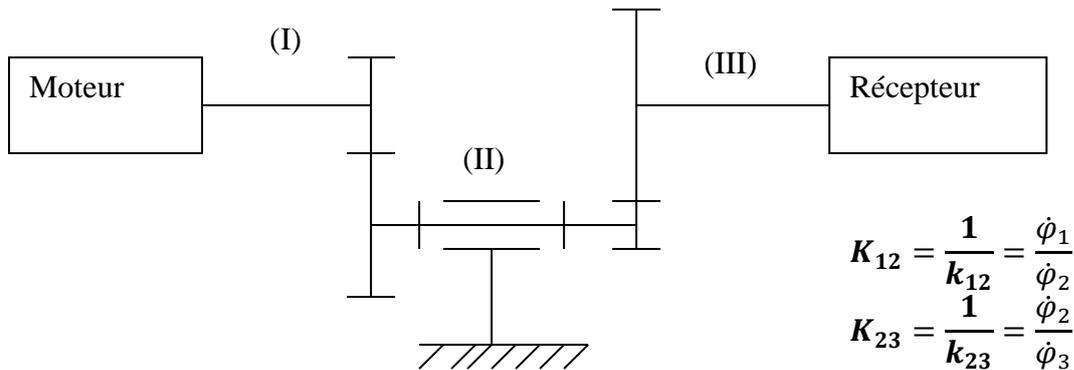
On trouve :

$$J_{Re} = J_1 + (J_2 + J_r) \cdot k^2$$

$$C_{Re} = C_R \cdot k$$

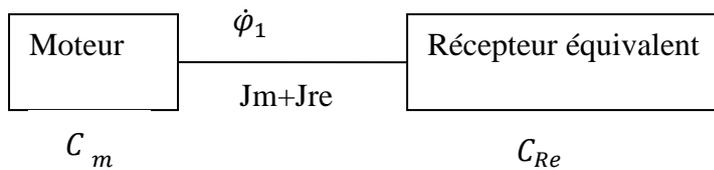
$$\text{Equation de mouvement : } (J_m + J_{Re}) \cdot \ddot{\phi}_1 = C_m + C_{Re}$$

II.1.2 : Réducteur double



On veut remplacer le réducteur et le récepteur par **un récepteur équivalent**, accouplé au même moteur.

Modèle équivalent :



Calculons l'inertie équivalente J_{Re} et le couple récepteur équivalent C_{Re} . Puis on calculera l'équation du mouvement.

On trouve :

$$J_{Re} = J_1 + J_2 \cdot k_{12}^2 + (J_3 + J_r) \cdot k_{12}^2 \cdot k_{23}^2$$

$$C_{Re} = C_R \cdot k_{12} \cdot k_{23}$$

$$\text{Equation de mouvement : } (J_m + J_{Re}) \cdot \ddot{\phi}_1 = C_m + C_{Re}$$

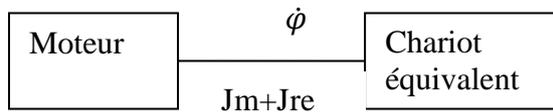
2 : chariot motorisé

Les 4 roues du chariot sont en prise directe avec l'arbre moteur, le chariot roule sans glisser sur le sol.

Données :

Masse moteur M_m , masse d'une roue M_r , masse du châssis du chariot M_c , moment d'inertie d'une roue J_{roue} , moment d'inertie du moteur J_m , rayon d'une roue R_{roue} .

Modèle équivalent :



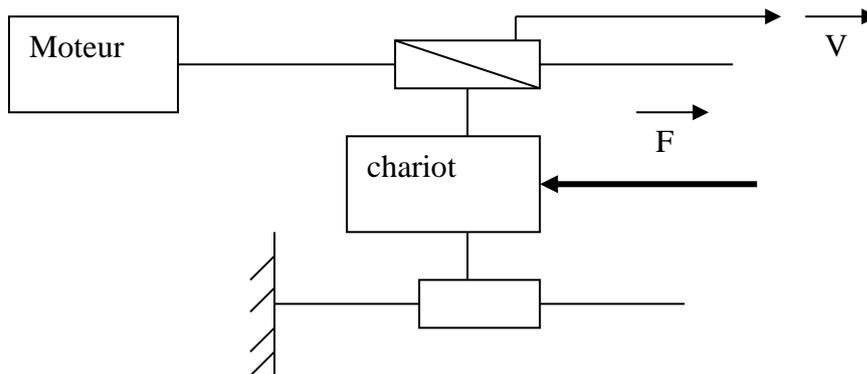
Calculons l'inertie équivalente J_{Re} .

On trouve :

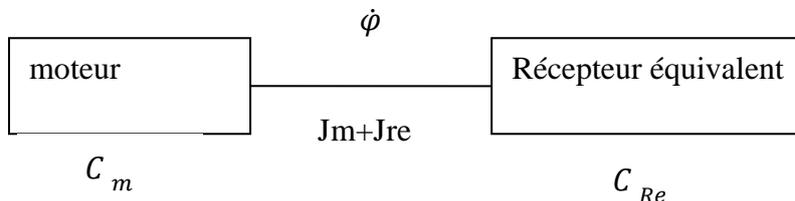
$$J_{Re} = 4.J_{roue} + (M_m + 4.M_r + M_c) \cdot R_{roue}^2$$

3 : système vis écrou

Un moteur entraîne en rotation (vitesse de rotation $\dot{\phi}$) une vis de pas p (mm/tr). Un chariot de masse m est en liaison hélicoïdale avec la vis et en liaison glissière avec le bâti. Une force F s'oppose à l'avance du chariot.



Voici le modèle équivalent :



Calculons l'inertie équivalente J_{Re} et le couple récepteur équivalent C_{Re} . Puis on calculera l'équation du mouvement.

On trouve :

$$J_{Re} = m \cdot \left(p \cdot \frac{10^{-3}}{2\pi} \right)^2$$

$$C_{Re} = F_R \cdot \left(p \cdot \frac{10^{-3}}{2\pi} \right)$$

$$\text{Equation de mouvement : } (J_m + J_{Re}) \cdot \ddot{\phi} = C_m + C_{Re}$$

Mécanismes parfaits

Mécanismes parfaits : les frottements internes d'un bloc sont négligés, le rendement du mécanisme de ce bloc est égal à 1.

$$P_{\text{entrée d'un bloc}} = P_{\text{sortie du bloc}}$$

Mécanismes réels

1 : Caractéristiques

Mécanismes parfaits : $\eta = 1$, frottements négligés en première approximation.

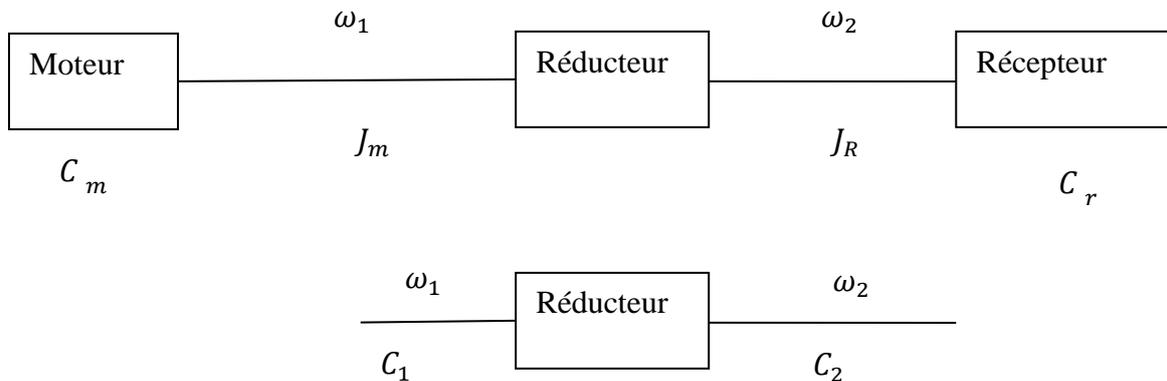
Mécanismes réels : $\eta \neq 1$ car il existe :

- Des pertes de mouvement dues :
 - aux jeux de fonctionnement (inversion du sens de rotation, décélération). Possibilité de les annuler à la conception (souvent coûteux)
 - A l'élasticité des matériaux et des liaisons.
- Des frottements statiques (à l'arrêt) et dynamiques (frottements secs, frottements visqueux) qui engendrent des pertes d'énergie et des échauffements locaux.
- Des défauts de réalisation et de montage qui entraînent des vibrations (absorption d'énergie).

2 : Rendement

Le rendement permet d'évaluer la perte de puissance entre l'entrée et la sortie d'un mécanisme (perte d'énergie sous forme de chaleur, de vibrations).

Exemple pour un réducteur :



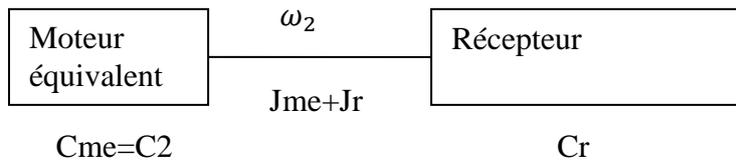
Rendement du réducteur : $\eta (<1)$

$$P_{\text{entrée}} \cdot \eta = P_{\text{sortie}}$$

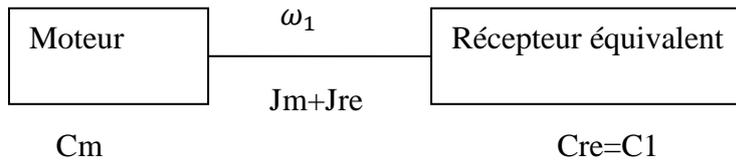
$$C_1 \cdot \omega_1 \cdot \eta = C_2 \cdot \omega_2 \quad \text{avec} \quad K = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\text{donc: } \omega_1 = \omega_2 \cdot K \quad \text{et} \quad C_2 = C_1 \cdot K \cdot \eta$$

Cas d'un moteur équivalent : $C1=Cm$



Cas d'un récepteur équivalent : $C2=Cr$



Pour un réducteur, la prise en compte d'un rendement n'affecte que les couples, pas les vitesses.

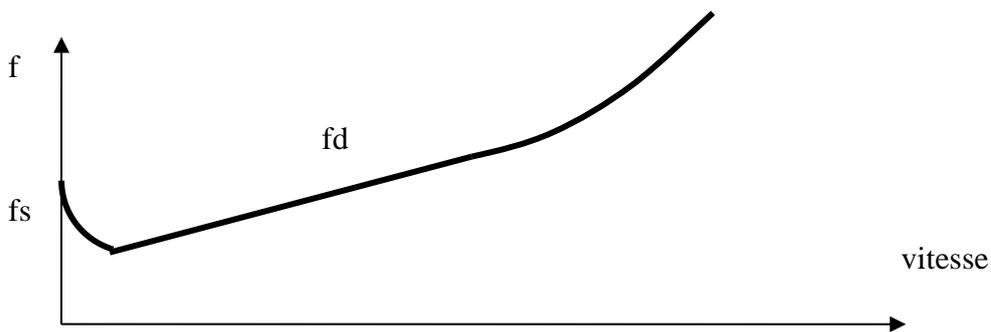
3 : les frottements

Ils sont dus aux contacts entre les pièces (guidage et transmission) et à la lubrification (viscosité).

Ils induisent des efforts résistants (pièce en translation) ou des couples résistants (pièce en rotation).

Expérimentalement, le coefficient de frottement (directement proportionnel aux efforts de frottement) est fonction de la vitesse (de rotation ou de translation).

Forme générale du coefficient de frottement : f



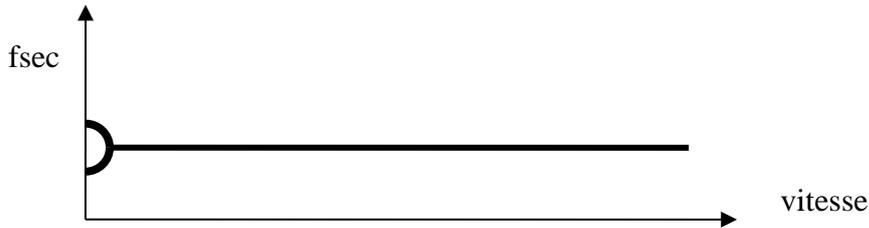
Pour modéliser ces frottements, on les décompose en un frottement statique (à vitesse nulle), et un frottement dynamique (qui est fonction de la vitesse).

f_s : frottement statique (constante à vitesse nulle, qui décroît très vite dès que la vitesse augmente)

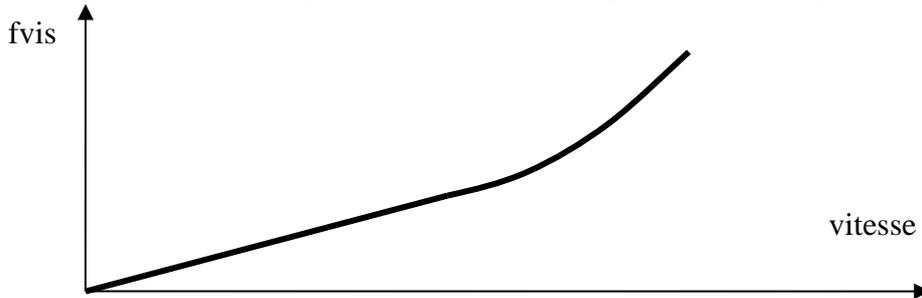
f_d : frottement dynamique

Le frottement dynamique est lui-même décomposé en deux :

Frottements secs ou de Coulomb, indépendants de la vitesse



Frottements visqueux (proportionnels à la vitesse puis à son carré pour les hautes vitesses)



Le passage du frottement statique au frottement dynamique s'obtient par un profil de raccordement à forte décroissance afin d'obtenir une fonction continue pour f . Voici un modèle mathématique de f , n étant le paramètre de décroissance du frottement statique.

$$f = \frac{f_{stat} - f_{sec}}{e^{n \cdot v}} + f_{sec} + f_{visqueux}$$

$$\text{avec } f_{visqueux} = K_1 \cdot v + K_2 \cdot v^2$$

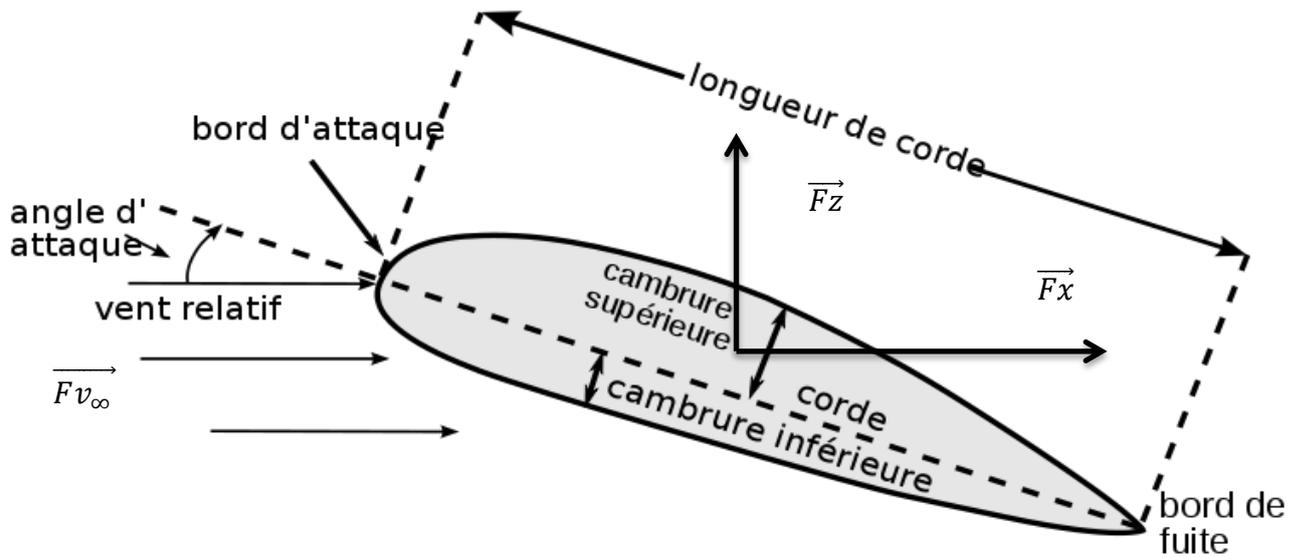
Par analogie avec les frottements de Coulomb ($\frac{T}{N} = f$), on peut écrire une force résistante due aux frottements ou un couple résistant dû aux frottements :

$$F_r = \frac{F_{stat} - F_{sec}}{e^{n \cdot v}} + F_{sec} + K_1 \cdot v + K_2 \cdot v^2 ;$$

$$\text{Avec } K_2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot C_X \text{ (voir page suivante)}$$

$$\text{Ou } C_r = \frac{C_{stat} - C_{sec}}{e^{n \cdot \dot{\theta}}} + C_{sec} + k_1 \cdot \dot{\theta} + k_2 \cdot \dot{\theta}^2$$

Exemple de frottements visqueux : traînée et portance d'une aile



Traînée : $F_x = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot C_x \cdot v_\infty^2$: elle est due à la viscosité du fluide

Portance : $F_z = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot C_z \cdot v_\infty^2$: elle est due à la dépression qui se crée sur la cambrure supérieure (cambrure supérieure plus longue que l'inférieure, d'où accélération du flux supérieur)

Avec :

ρ : masse volumique du fluide (1.226 kg/m³ à 15°C et P = 1.013 bar pour l'air)

S : surface alaire (surface de portance) pour les ailes, ailerons, gouvernails...

NB : S peut être également le maître couple (la plus grande surface des sections perpendiculaires à la vitesse du fluide à l'infini) pour les éléments sans portance (voiture, sous marin, bille, cylindre...)

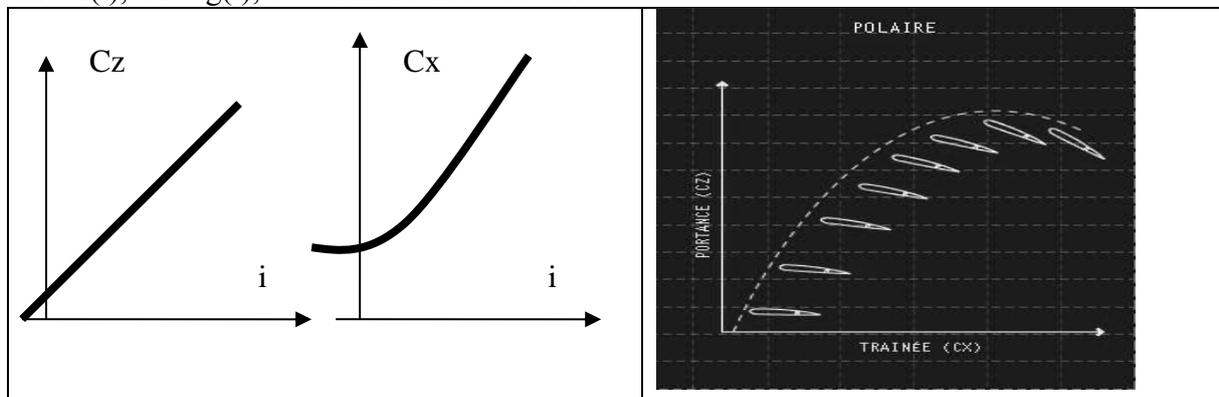
C_x : coefficient de pénétration dans l'air de l'aile.

C_z : coefficient de portance dans l'air de l'aile.

v_∞ : vent relatif touchant l'aile avant d'être perturbé par le profil.

Remarque : ces deux coefficients C_x et C_z dépendent du profil de l'aile et de la viscosité du fluide (par l'intermédiaire du nombre de Reynolds)

$C_x = f(i)$, $C_z = g(i)$, avec i incidence de l'aile.

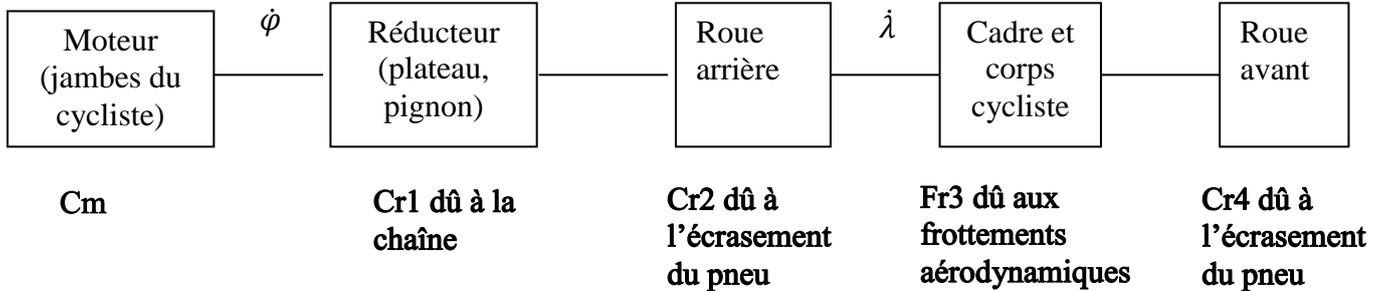


Détermination expérimentale

La connaissance des caractéristiques d'un récepteur est souvent incertaine. En effet, de nombreux éléments participent aux efforts récepteurs, et le mouvement de nombreuses pièces entre en jeu pour le calcul des inerties.

Exemple du vélo :

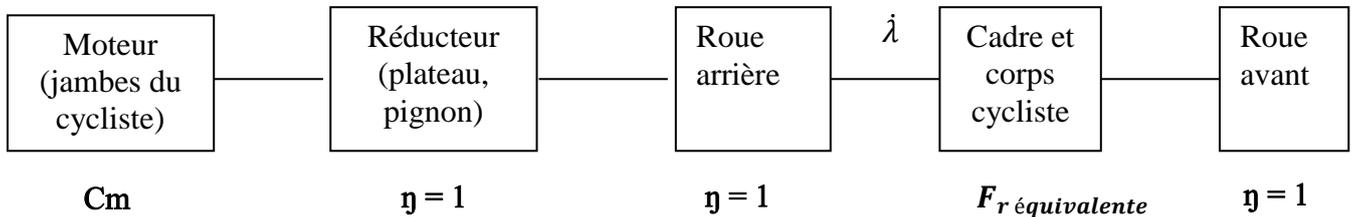
Schéma bloc du cycliste sur son vélo



Il n'est pas possible de déterminer de façon théorique les C_{r1} et F_r . Par contre on peut estimer expérimentalement l'effet sur le système de tous ces efforts récepteurs pris ensemble. On va ainsi définir un couple récepteur équivalent ou une force réceptrice équivalente à tous ces efforts.

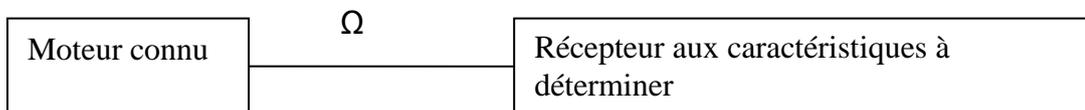
$$P_{perdue} = C_{r \text{ équivalent}} * \dot{\phi} ; \text{ ou } P_{perdue} = F_r \text{ équivalente} * \dot{\lambda}$$

Le système se modélise alors comme suit si l'on choisit la force réceptrice équivalente :



Détermination expérimentale de l'inertie d'un récepteur et du couple résistant

Un moteur aux caractéristiques connues est accouplé à un récepteur dont on veut déterminer les caractéristiques (inertie, couple)

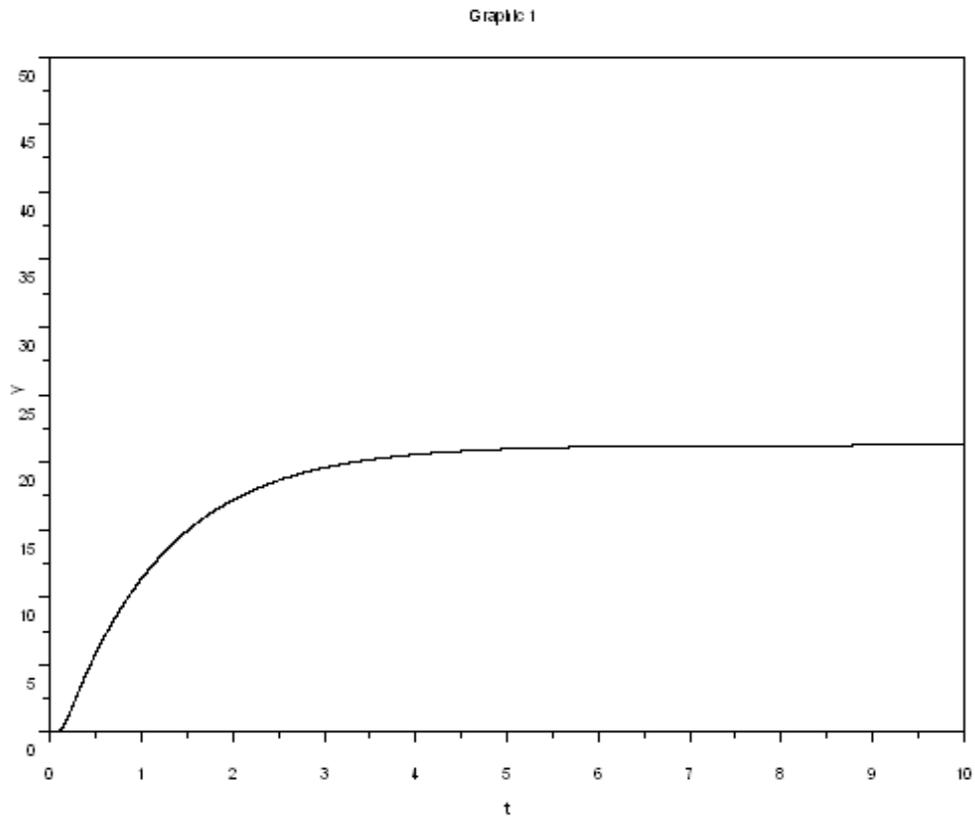


Données : $J_m = 1 \text{ kg.m}^2$, $C_{m1} = 100 \text{ N.m}$, $C_{m2} = 200 \text{ N.m}$

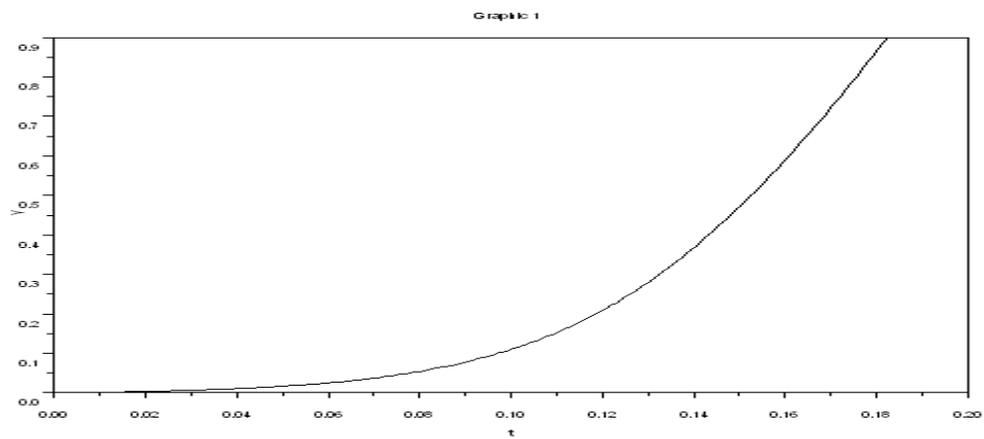
On effectue deux enregistrements de mise en vitesse du récepteur (départ arrêté) en maintenant le couple moteur constant : C_{m1} pour l'expérience 1, C_{m2} pour l'expérience 2 (facile à réaliser avec un moteur à CC)

Objectif : déterminer les caractéristiques du récepteur à partir de ces deux enregistrements.

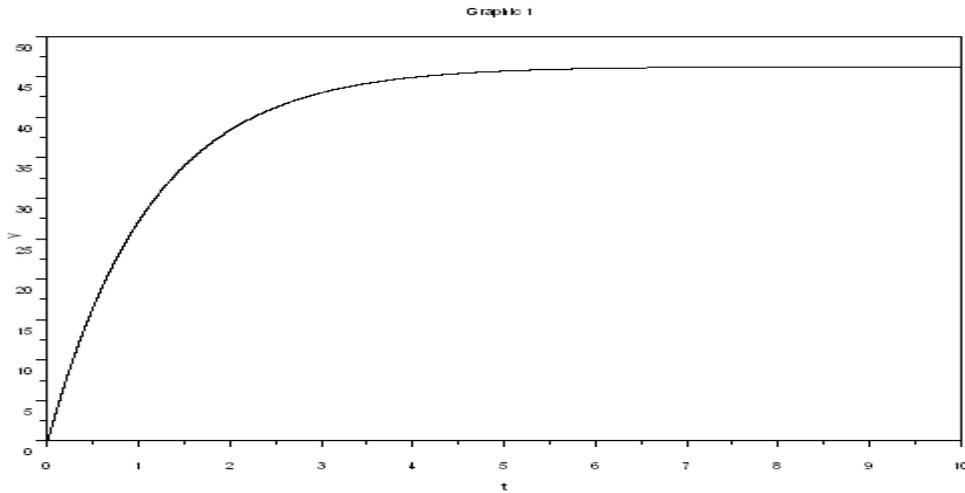
Expérience 1 ($Cm1 = 100 \text{ N.m}$)



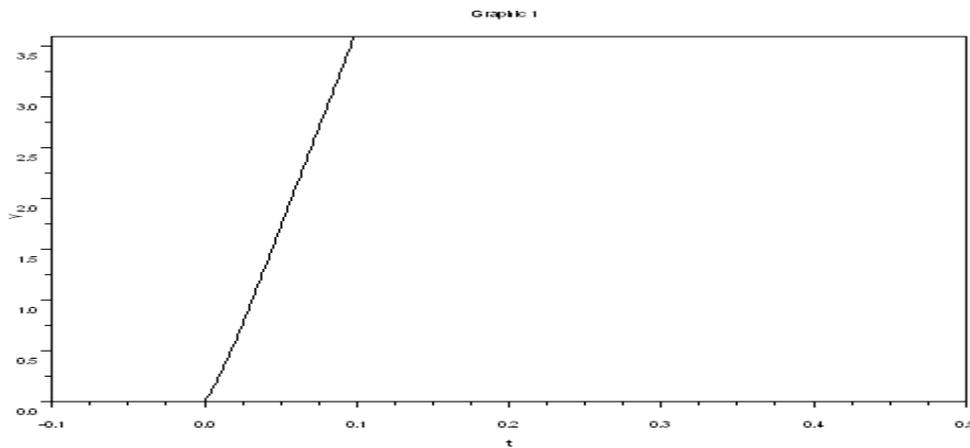
Agrandissement de la courbe précédente



Expérience 2 ($C_{m2} = 200 \text{ N.m}$)



Agrandissement de la courbe précédente



On s'aperçoit que la réponse temporelle s'apparente à celle d'un premier ordre, ce qui laisserait penser que le couple récepteur est proportionnel à la vitesse.

En effet :

$$\text{Equation de mouvement : } (J_m + J_R) \cdot \ddot{\theta} = C_m + C_R$$

$$\text{Si } C_R = -k_1 \cdot \dot{\theta}, \text{ avec } k_1 > 0$$

Alors après résolution de l'équation de mouvement on obtient :

$$\dot{\theta}(t) = \frac{C_m}{k_1} \left(1 - e^{\frac{-k_1 \cdot t}{J_m + J_R}} \right)$$

La vitesse établie $\dot{\theta}_\infty$ vaut donc $\frac{C_m}{k_1}$

L'analyse des courbes donne :

$$\text{Pour } C_{m1} = 100 \text{ N.m}, \dot{\theta}_{\infty 1} = 22 \text{ m.s}^{-1};$$

$$\text{Pour } C_{m2} = 200 \text{ N.m}, \dot{\theta}_{\infty 2} = 47 \text{ m.s}^{-1}$$

La proportionnalité n'étant pas respectée entre le rapport des couples et le rapport des vitesses établies, il y a forcément des frottements secs

$$\text{D'où : } C_R = -C_{Rsec} - k_1 \cdot \dot{\theta}; \text{ avec } C_{Rsec} \text{ et } k_1 > 0$$

Alors après résolution de l'équation de mouvement on obtient :

$$\dot{\theta}(t) = \frac{C_m - C_{Rsec}}{k_1} \left(1 - e^{\frac{-k_1 \cdot t}{J_m + J_R}} \right)$$

On en déduit facilement les valeurs de C_{Rsec} et de k_1 .

Si l'hypothèse du premier ordre est conservée, la mesure de la constante de temps mécanique du système (1.25 s pour les deux courbes) nous permet d'obtenir J_R .

Nous avons maintenant réussi à trouver un modèle acceptable pour des vitesses « pas trop faibles ». Il reste à expliquer les premières 0.2 s de la courbe 1.

Cette mise en vitesse lente ne peut s'expliquer que par la présence de frottements statiques.

D'où un nouveau modèle pour C_R :

$$C_R = -\left(\frac{C_{Rstat} - C_{Rsec}}{e^{n \cdot \dot{\theta}}} + C_{Rsec} + k_1 \cdot \dot{\theta}\right), \text{ tous les coefficients étant positifs.}$$

Que se passe t'il à faible vitesse ?

$$C_R \simeq -C_{Rstat}$$

Donc $\dot{\theta}(t) = (C_m - C_{Rstat}) \cdot t$, pour $t < 0.2$ s

Le tracé de la tangente à l'origine de la courbe 1 permet d'obtenir $C_{Rstat} \simeq 98$ N.m

Les frottements statiques ne sont visibles que si $C_{Rstat} \simeq C_m$. Dans ce cas, le démarrage est très lent et linéaire. Puis lorsque la vitesse augmente C_{Rstat} disparaît au profit de C_{Rsec} et de C_{Rvis} .

On peut facilement retrouver les courbes expérimentales par simulation de l'équation du mouvement :

$(J_m + J_R) \cdot \ddot{\theta} = C_m + C_R$; avec $C_R = -\left(\frac{C_{Rstat} - C_{Rsec}}{e^{n \cdot \dot{\theta}}} + C_{Rsec} + k_1 \cdot \dot{\theta}\right)$, le paramètre n étant à régler par essais successifs afin de retrouver la montée en vitesse de l'expérience 1.

Elément d'adaptation entre moteur et récepteur : L'embrayage

Intérêt : il permet

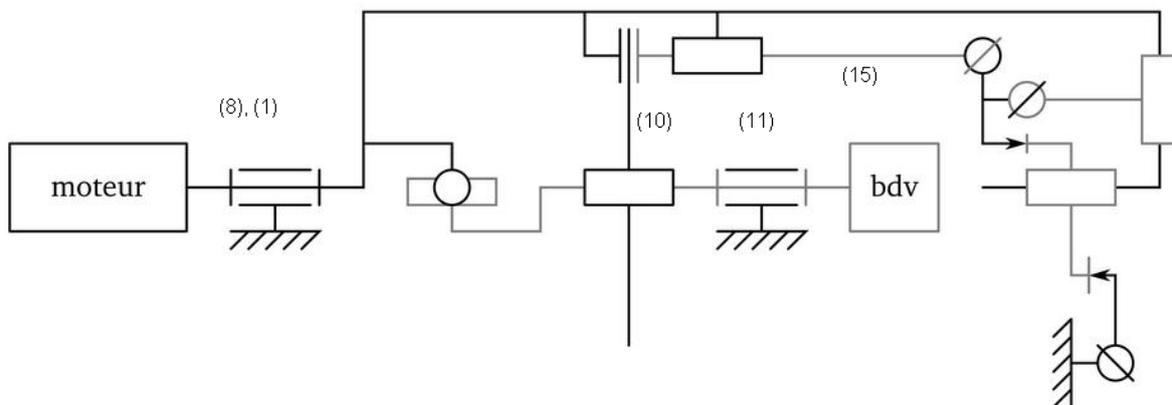
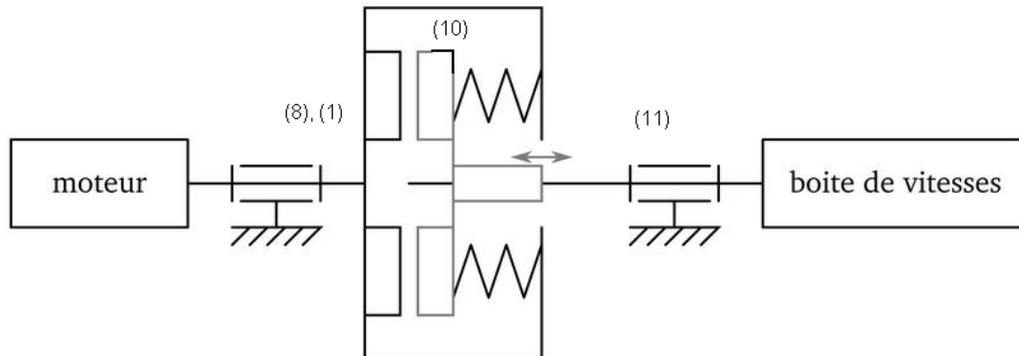
- De lancer le moteur sans récepteur (les moteurs thermiques ont un couple nul au démarrage) puis d'accoupler le moteur au récepteur.
- Une mise en vitesse progressive.
- De protéger le moteur en cas d'arrêt brutal du récepteur.

Les conditions que doivent remplir un embrayage sont :

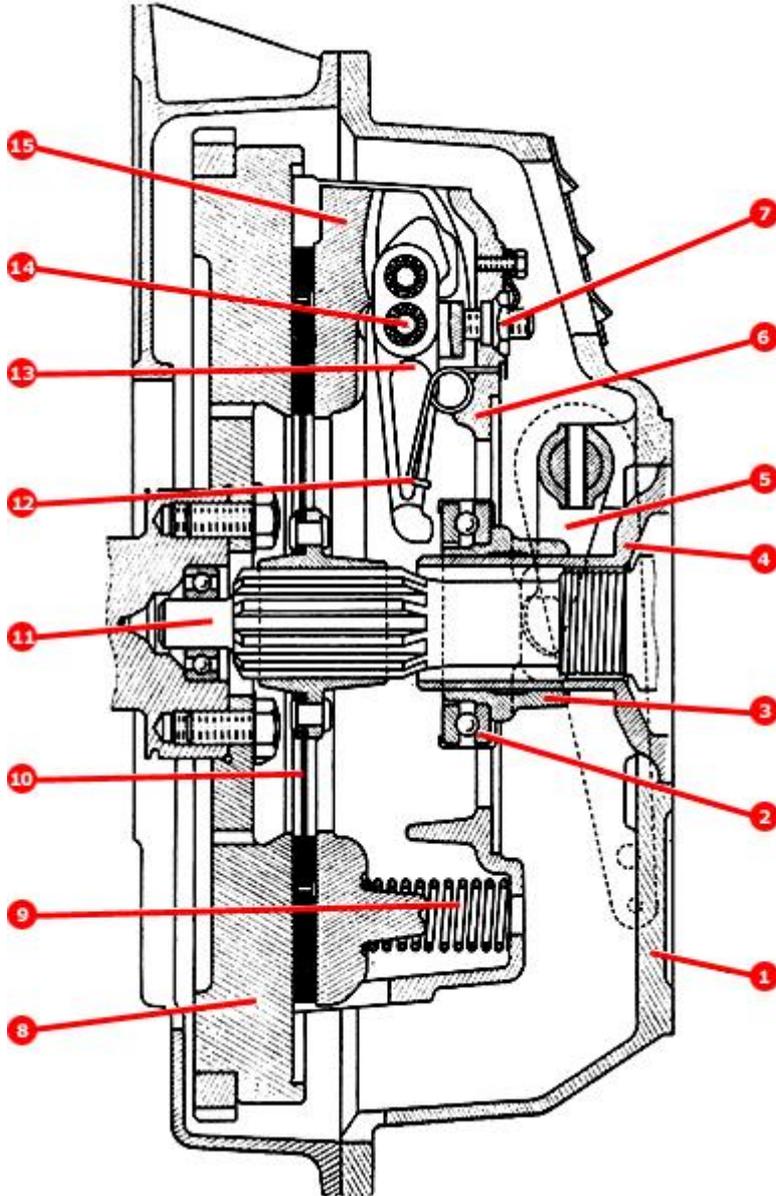
- le non patinage en régime établi
- un débrayage complet (désaccouplement total possible)
- un embrayage progressif.

Il existe donc un couple maximal transmissible par l'embrayage.

Schéma de principe :



Dessin de définition :

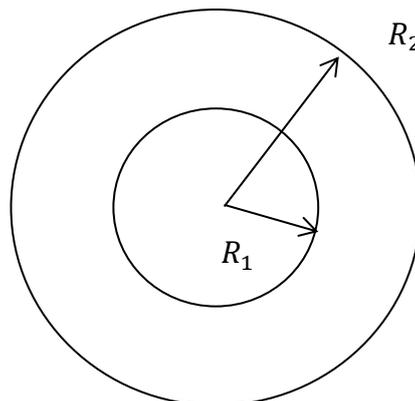


Nomenclature :

- 1 Carter d'embrayage
- 2 Couvercle
- 3 Fourchette d'embrayage
- 4 Guide de butée d'embrayage
- 5 Manchon de butée
- 6 Butée d'embrayage
- 7 Ecran de réglage des leviers
- 8 Volant moteur
- 9 Ressort (9)
- 10 Disque d'embrayage
- 11 Arbre de sortie
- 12 Ressort de rappel des leviers
- 13 Levier de débrayage
- 14 Axe avec méplat
- 15 Plateau de pression

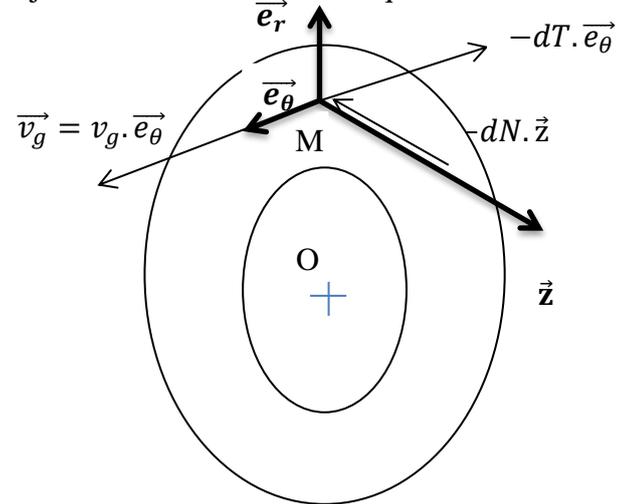
Couple transmissible : C_e

Surfaces de contact entre (15) et (10):
Couronne



(10) est en mouvement par rapport à (15)
 On exerce un effort presseur $-dN \cdot \vec{z}$
 Le couple est donc transmis
 par frottements de Coulomb

On isole (10) :



dN : effort presseur dû aux ressorts (9) (porté par $-\vec{z}$)

\vec{v}_g parallèle à $-dT \cdot \vec{e}_\theta$ et opposés

\vec{v}_g : vitesse de glissement du disque par rapport aux deux couronnes (porté par \vec{e}_θ)

dT : force de frottements (porté par $-\vec{e}_\theta$)

avec : $\frac{dT}{dN} = f$

f : coefficient de frottement fonte - ferodo (disque - garnitures)

couple transmissible maximal : $C_{e_{\max}}$

en régime établi : $C_e = C_{\text{moteur}}$

Pendant la phase de glissement : $C_e = T * R_{\text{moyen}} = N * f * R_{\text{moyen}}$

$$C_{e_{\max}} = N * f * R_{\text{moyen}} * 2 * n$$

$C_{e_{\max}} > C_{\text{moteur}}$, n nombre de disques d'embrayage.

Calcul du rayon moyen :

$dN = P \cdot dS$

Hypothèse : P pression de contact uniforme entre le disque et les garnitures (9 ressorts (9)).

$$N = \int P \cdot dS = P \int dS = P\pi(R_2^2 - R_1^2)$$

NB : le calcul est fait pour une couronne. Ici le contact se fait sur deux couronnes : contact (15) - (10) et contact (10) - (8)

$$C_{e_{\max}} \cdot \vec{z} = \int \overline{OM} \times -dT \cdot \vec{e}_\theta$$

$$\overline{OM} = r \cdot \vec{e}_r; dS = r \cdot dr \cdot d\theta; dT = f \cdot dN = f \cdot P \cdot dS$$

$$C_{e_{\max}} \cdot \vec{z} = \iint r \cdot \vec{e}_r \times -f \cdot P \cdot \vec{e}_\theta \cdot r \cdot dr \cdot d\theta$$

$$|C_{e_{\max}}| = f \cdot P \cdot \int_{R_1}^{R_2} r^2 dr \int_0^{2\pi} d\theta = f \cdot P \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{R_2^3 - R_1^3}{3}$$

Or $C_{e_{\max}} = N_{\max} * f * R_{\text{moyen}} = P\pi(R_2^2 - R_1^2) \cdot f \cdot R_{\text{moyen}}$ (pour une surface de contact)
 donc

$$R_{\text{moyen}} = \frac{2}{3} \frac{R_2^3 - R_1^3}{R_2^2 - R_1^2}$$

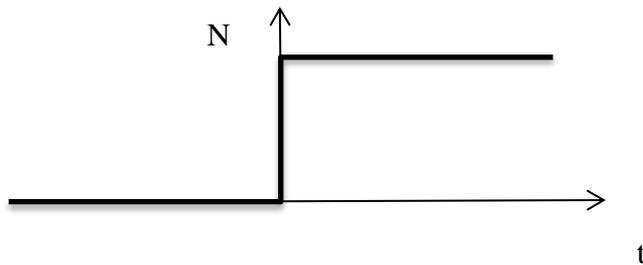
Etude de la phase d'embrayage, énergie dissipée, durée d'embrayage (t_e)

Hypothèses : on maintient le régime moteur constant en accélérant, le couple récepteur reste constant car la vitesse évolue peu (frottements secs prépondérants par rapport aux frottements visqueux).

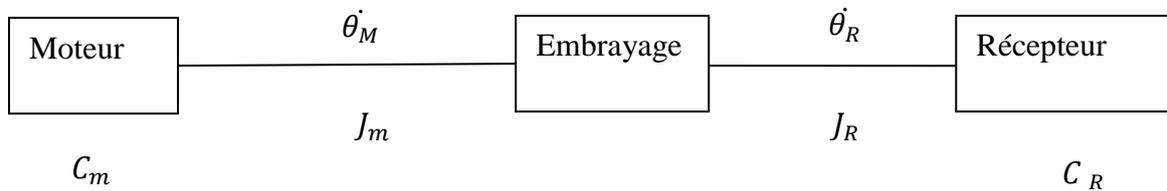
Effort presseur constant $N = cte$ (hypothèse non réaliste mais qui facilite les calculs pour une pré-étude)

Pendant la phase de glissement :

$$\dot{\theta}_M = cte, C_R = cte$$

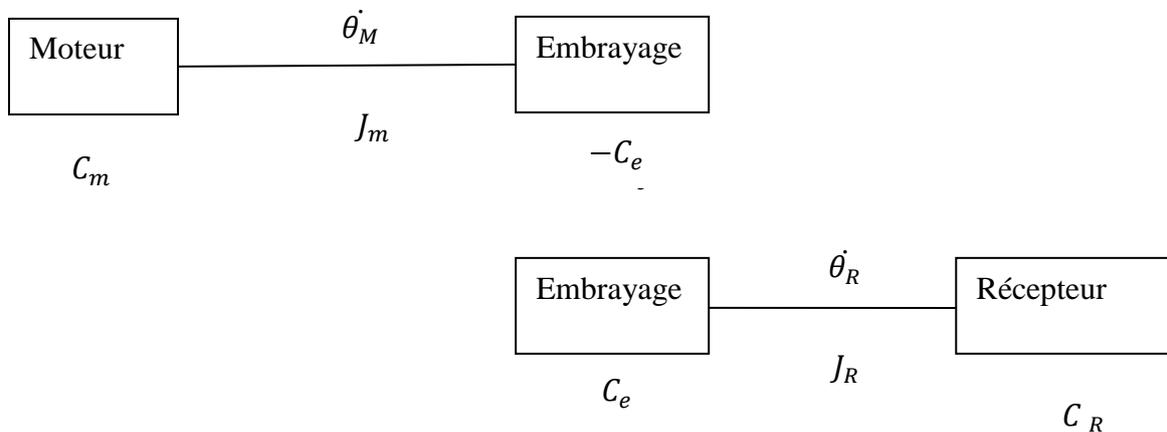


Chaîne cinématique :



Tant que l'embrayage patine, $\dot{\theta}_M$ et $\dot{\theta}_R$ sont indépendants

On obtient donc deux chaînes cinématiques :



Et donc deux équations de mouvement :

$$\text{Côté moteur : } J_m \cdot \ddot{\theta}_M = C_m - C_e$$

$$\text{Avec } \dot{\theta}_M = cte \text{ donc } C_m = C_e$$

$$\text{Côté récepteur : } J_r \cdot \ddot{\theta}_R = C_e - C_R$$

$$\text{Avec } N = cte \text{ donc } C_e = cte$$

$$\text{On a alors : } \dot{\theta}_R = \frac{C_e - C_R}{J_r} t$$

$$\text{Or } \dot{\theta}_R(t_e) = \frac{C_e - C_R}{J_r} t_e = \dot{\theta}_M ; \text{ donc } t_e = \frac{J_r \cdot \dot{\theta}_M}{C_e - C_R}$$

Energie dissipée dans l'embrayage :

$$E_e = \int P_e dt$$

$$P_e = C_e \cdot (\dot{\theta}_M - \dot{\theta}_R)$$

$$E_e = \int_0^{t_e} C_e \cdot \left(\dot{\theta}_M - \frac{C_e - C_R}{J_r} t \right) dt$$

$$E_e = C_e \cdot \dot{\theta}_M \cdot t_e - C_e \frac{C_e - C_R}{2 \cdot J_r} t_e^2 = t_e \left(C_e \cdot \dot{\theta}_M - \frac{C_e \cdot \dot{\theta}_M}{2} \right)$$

$$E_e = \frac{C_e \cdot \dot{\theta}_M}{2} t_e$$

Energie moteur :

$$E_m = \int P_m dt$$

$$E_m = \int_0^{t_e} C_m \cdot \dot{\theta}_M dt$$

$$E_m = C_e \cdot \dot{\theta}_M \cdot t_e$$

La moitié de l'énergie fournie par le moteur est dissipée sous forme de chaleur dans l'embrayage !

Remarque : pour des raisons d'encombrement, il peut être avantageux d'avoir plusieurs disques empilés, avec $\Sigma S_i = S_{totale}$ (comme pour le scooter)

Données générales sur les embrayages :

Coefficient de frottement disque-garnitures : $f = 0,3$

Pression de contact admissible par les garnitures : $p = 2 \text{ Mpa}$

Puissance calorifique admissible par les garnitures en surface : $P_{calo} = 0,5 \text{ W/mm}^2$

Energie calorifique admissible par les garnitures en surface : $E_{calo} = 0,45 \text{ J/mm}^2$

Embrayage du scooter :

Fonctionnement : l'embrayage est composé de 6 disques. 20 cylindres en acier ($L=20\text{mm}$, $D=14\text{mm}$) sont entraînés en rotation par l'arbre d'entrée de l'embrayage. De 1750 à 2000 tr/mn (moteur), les cylindres se déplacent sur une came inclinée à 45° (course axiale : 2 mm) et compriment les 3 ressorts de rappel du plateau par effets inertiels. Au-delà de 2000 tr/mn, les cylindres appuient sur les disques sur un rayon de 67 mm et ne se translatent plus.
Coefficient de frottement disques-garnitures = 0.3.
Surfaces de contact (couronnes) : $R_i=55\text{mm}$, $R_e=68\text{mm}$
On négligera l'action des rondelles belleville entre les disques (elles ne servent qu'à décoller les disques entre eux lorsque l'effort presseur disparaît)

Aide à l'étude :

0 : fonctionnement de l'embrayage centrifuge

Colorier l'agrandissement du plan de l'embrayage page suivante. Une couleur pour le sous ensemble lié à la sortie du variateur et pour les pièces qui ont la même vitesse de rotation, une couleur pour les cylindres et une couleur pour la sortie. Faire deux schémas simplifiés et explicites de l'embrayage : l'un entre 1750 et 2000 tr/mn, l'autre au-delà de 2000 tr/mn.

1 : dimensionnement du ressort de rappel (phase de translation du plateau)

Isoler un cylindre pendant la phase de translation axiale du plateau (Ω_{moteur} de 1750 à 2000 tr/mn).

Mettre en place un repère fixe et un repère lié au cylindre (on ne prendra pas en compte la rotation propre du cylindre, juste la rotation d'entraînement).

Mettre en place un paramétrage.

Donner les relations éventuelles entre les paramètres.

Appliquer le PFD à un cylindre (équation de la résultante)

En déduire la raideur de chacun des 3 ressorts ainsi que leur longueur à vide. Trouver dans un catalogue la référence des ressorts.

2 : calcul du couple d'embrayage C_e maxi (phase de compression)

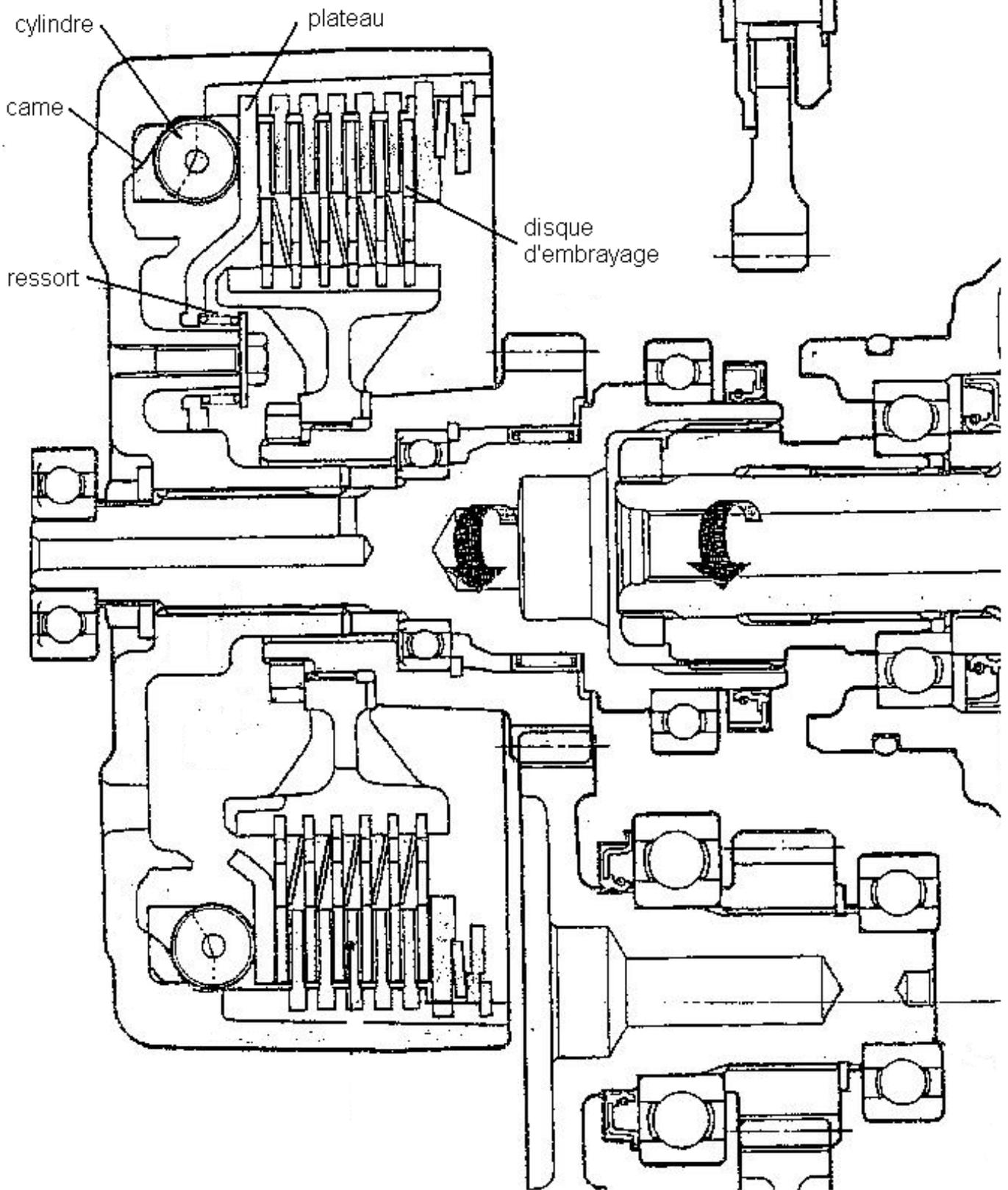
Isoler un cylindre pendant la phase de compression (Ω_{moteur} au-delà de 2000 tr/mn).

Appliquer le PFD

Calculer l'effort presseur appliqué sur un disque d'embrayage. Vérifier que la pression de contact est admissible.

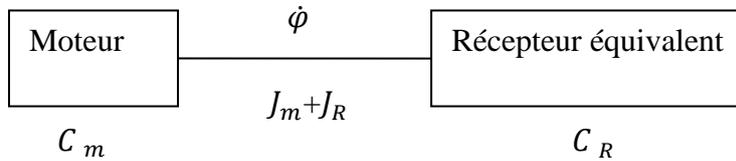
En déduire l'effort tangentiel maximum (lors du glissement)

Calculer le couple d'embrayage en fonction de la vitesse de rotation de l'arbre d'entrée.



Exemples de simulations :

Exemple 1 : un moteur entraîne un récepteur en rotation à la vitesse $\dot{\phi}$.



Couples : $C_m = A \cdot B \cdot \dot{\phi}$, $C_R = -k \cdot t$ pour $t < t_1$ ($k > 0$), $C_R = -k \cdot t_1$ pour $t > t_1$

Condition initiale : $\dot{\phi}(0) = \dot{\phi}_{max}$

Avec $J_m = 0.02 \text{ kg.m}^2$, $J_r = 5 \text{ kg.m}^2$, $A = 300$, $B = 0.5$, $k = 20 \text{ N.m/s}$, $t_1 = 10 \text{ s}$.

On se propose d'obtenir le tracé de $\dot{\phi}(t)$ par simulation.

Résolution :

Système à un paramètre : théorème de l'énergie cinétique : $P = \frac{dE_c}{dt}$

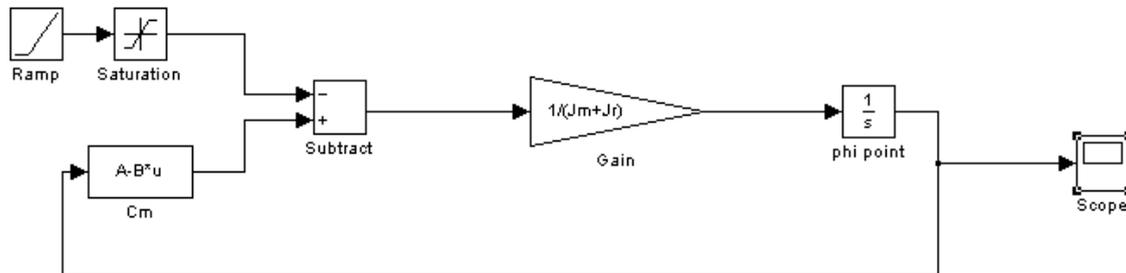
$$P = C_m \cdot \dot{\phi} + C_R \cdot \dot{\phi}, E_c = \frac{1}{2} \cdot (J_m + J_R) \cdot \dot{\phi}^2, \frac{dE_c}{dt} = (J_m + J_R) \cdot \dot{\phi} \cdot \ddot{\phi}$$

Equation de mouvement : $(J_m + J_R) \cdot \ddot{\phi} = C_m + C_R$

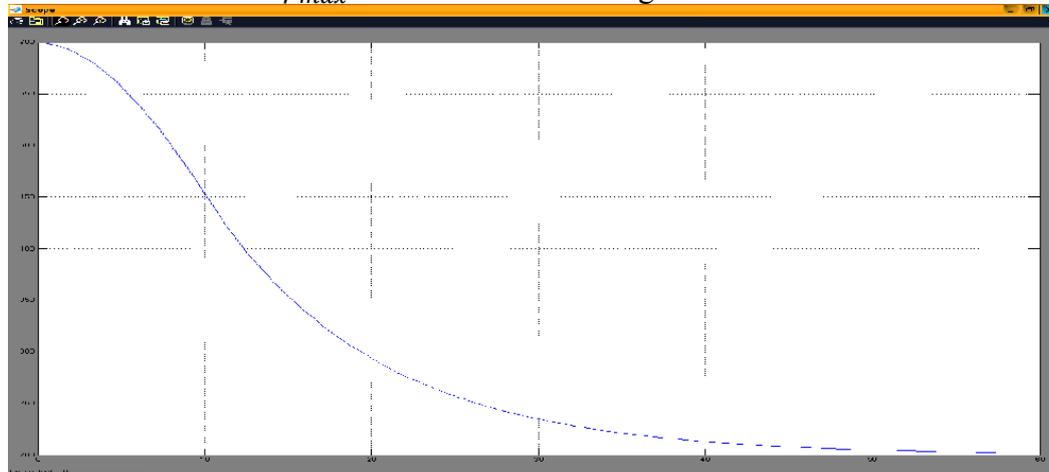
$$\ddot{\phi} = \frac{C_m + C_R}{(J_m + J_R)}$$

Calcul de $\dot{\phi}_{max}$: à vide, le moteur tourne à $\dot{\phi}_{max} = \frac{A}{B}$

Schéma simulink :



La condition initiale $\dot{\phi}_{max}$ est inscrite dans l'intégrateur.



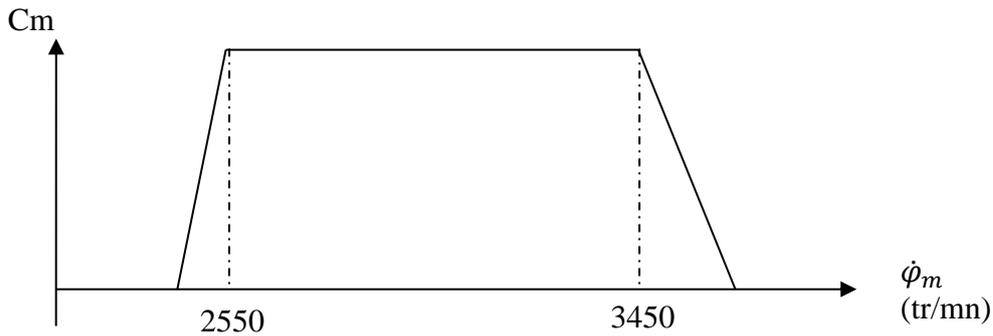
La vitesse évolue de 600 à 200 rad/s.

Exemple 2 : couple récepteur variable

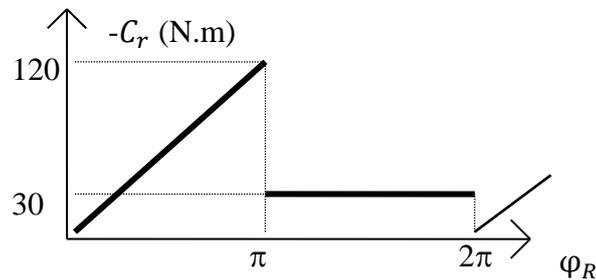
Un moteur M entraîne en rotation un récepteur R par l'intermédiaire d'un réducteur de rapport inconnu $k = \frac{\dot{\phi}_r}{\dot{\phi}_m} = \frac{1}{K}$. Le moteur tourne à la vitesse angulaire $\dot{\phi}_m$ et développe un couple constant inconnu C_m entre 2550 et 3450 tr/mn (un volant d'inertie J_v inconnu sera ajouté sous forme d'un cylindre en acier accouplé au récepteur afin de rester dans cette plage d'utilisation). Nous n'étudierons que le régime établi (la vitesse du récepteur oscille autour de la valeur moyenne de façon périodique).

Caractéristiques :

Moteur : $C_m = \text{cte}$ inconnue ; $J_m = 0,001 \text{ kg.m}^2$



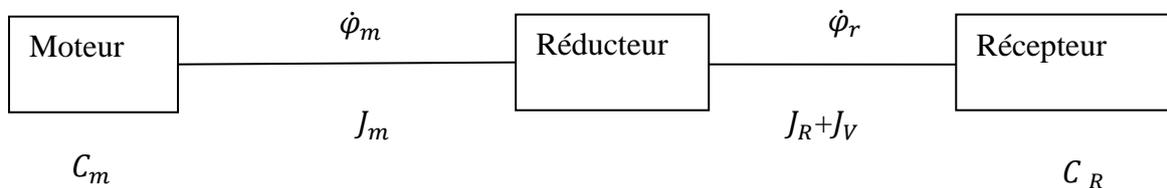
Récepteur : $\dot{\phi}_r \text{ moyen} = 1250 \text{ tr/mn}$, C_r variable ; $J_r = 0,003 \text{ kg.m}^2$



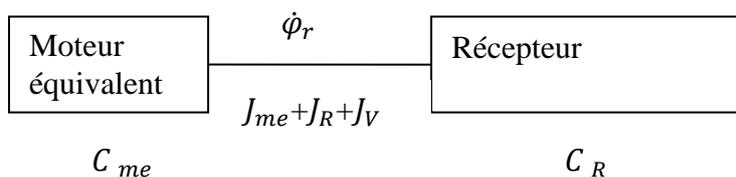
Objectif : déterminer C_m , J_v et K .

A l'aide de $\dot{\phi}_r \text{ moyen}$, on calcule la période T du récepteur qui nous donne le temps de simulation. $T = \frac{2\pi}{\dot{\phi}_r \text{ moyen}}$

Modèle réel :



Modèle équivalent :



Par un calcul de puissance on obtient $C_{me} = KC_m$, par un calcul d'énergie cinétique on obtient $J_{me} = J_m K^2$.

Problème : on ne connaît pas K. On prendra en première approximation $K \simeq \frac{\dot{\phi}_m \text{ moyen}}{\dot{\phi}_r \text{ moyen}}$ avec

$$\dot{\phi}_m \text{ moyen} = \frac{3450+2550}{2} * \frac{2\pi}{60}$$

L'équation du mouvement côté récepteur est :

$$(J_{me} + J_R + J_V) \cdot \ddot{\phi}_r = C_{me} + C_r$$

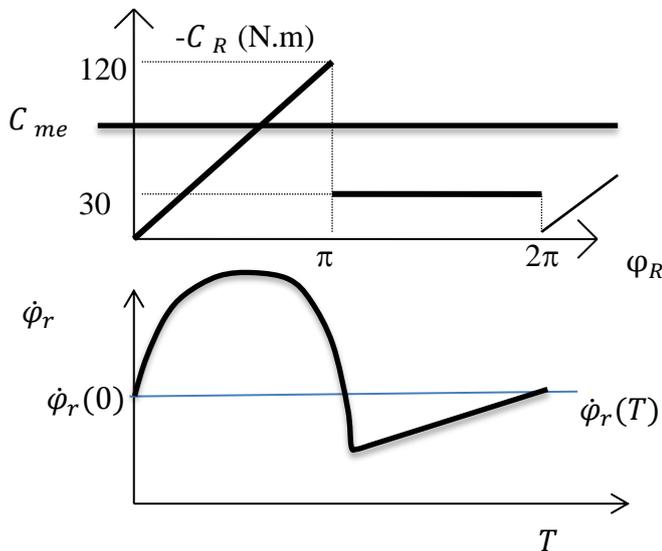
Par simple comparaison des couples, on peut en déduire l'allure de $\dot{\phi}_r(t)$:

Le régime étant établi, les vitesses en début et en fin de cycle sont égales : $\dot{\phi}_r(0) = \dot{\phi}_r(T)$, donc C_{me} est compris entre 30 et 120 N.m. Pour le calculer précisément, il faut intégrer le théorème de l'énergie cinétique sur un tour :

$$\Delta E_c = \int_0^T P \cdot dt ; E_c(T) - E_c(0) = \int_0^T (C_{me} \cdot \dot{\phi}_r + C_r \cdot \dot{\phi}_r) \cdot dt$$

$$0 = \int_0^{2\pi} (C_{me} + C_r) \cdot d\phi_R ; C_{me} \cdot 2\pi = - \int_0^{2\pi} C_r \cdot d\phi_R$$

d'où C_{me}

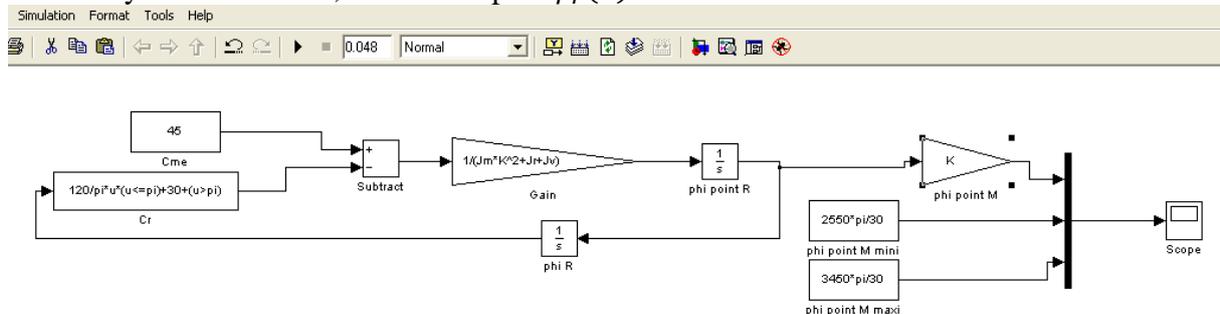


La simulation va permettre de déterminer expérimentalement $\dot{\phi}_r(0)$, sachant que $\dot{\phi}_r(0) = \dot{\phi}_r(T)$

Réglage de K et de J_V :

Dans la simulation, on affiche sur une même fenêtre $\dot{\phi}_m$, $\dot{\phi}_{mMax}$ et $\dot{\phi}_{mMini}$ et on règle K afin de centrer la courbe $\dot{\phi}_m(t)$, ensuite on l'écrase en augmentant J_V jusqu'à ce qu'elle soit comprise entre $\dot{\phi}_{mMax}$ et $\dot{\phi}_{mMini}$.

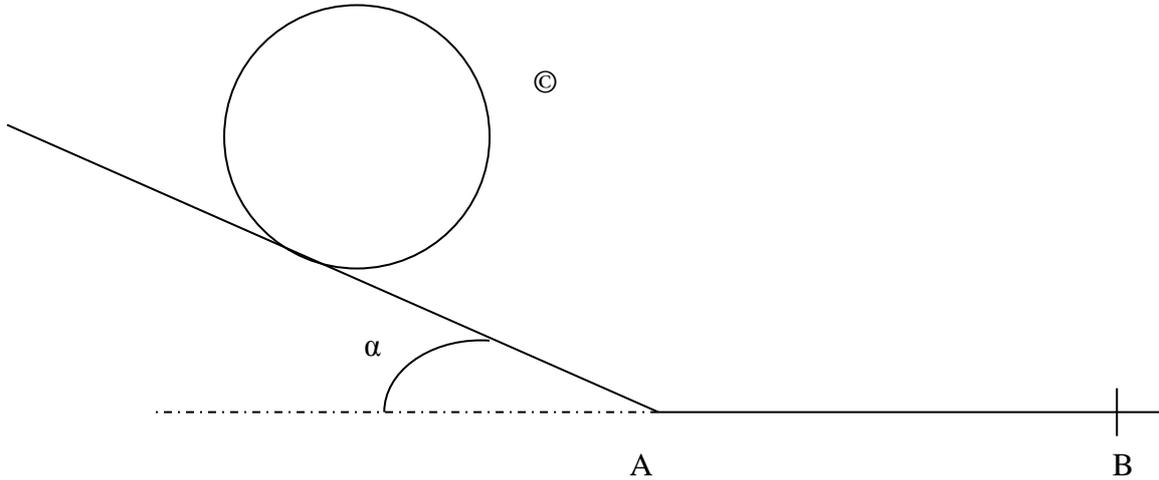
NB : K ayant été modifié, on doit adapter $\dot{\phi}_r(0)$.



**Exemple 3 : détermination expérimentale des forces de frottement.
Prédiction par simulation**

Un cylindre © de masse M , de rayon R et de longueur L roule sans glisser sur une piste inclinée d'un angle α jusqu'en A puis horizontale. © est positionné en A : on effectue un nombre « N » de tours en arrière pour le faire remonter puis on le lâche sans vitesse initiale. Il repasse en A puis roule et finit par s'arrêter en B (la position de B dépend de « N »).

On veut connaître la position de B en fonction de « N ».



Données :

$M = 10 \text{ kg}$, $R = 5 \text{ cm}$, $L = 20 \text{ cm}$,

moment d'inertie du cylindre/axe de rotation : $M.R^2/2$,

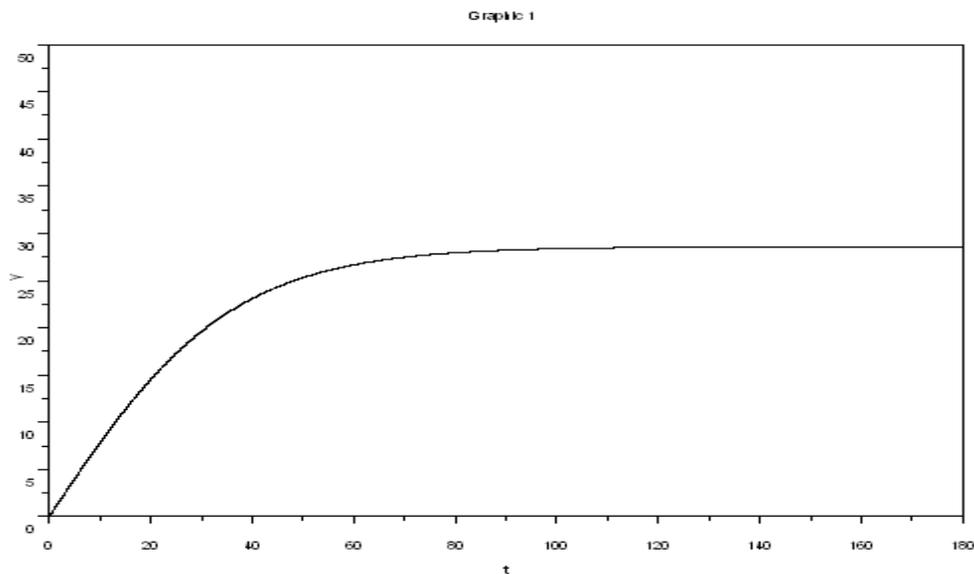
$\alpha = 10^\circ$

$C_x(\text{cylindre})=1.20$, $\rho_{\text{air}}=1.224 \text{ kg/m}^3$, S maître couple du cylindre.

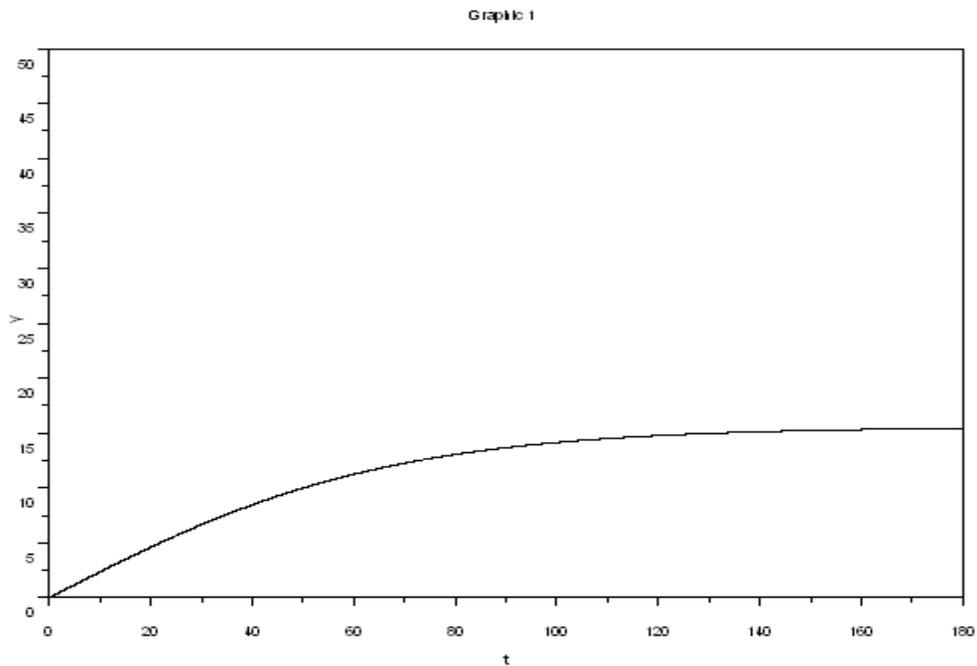
Afin d'estimer les efforts de frottement appliqués au cylindre, on place le cylindre sans vitesse initiale sur un plan incliné d'un angle α et on enregistre la vitesse du cylindre en m/s.

On effectue deux enregistrements sur 180 secondes pour deux angles α différents.

Pour $\alpha = 10^\circ$

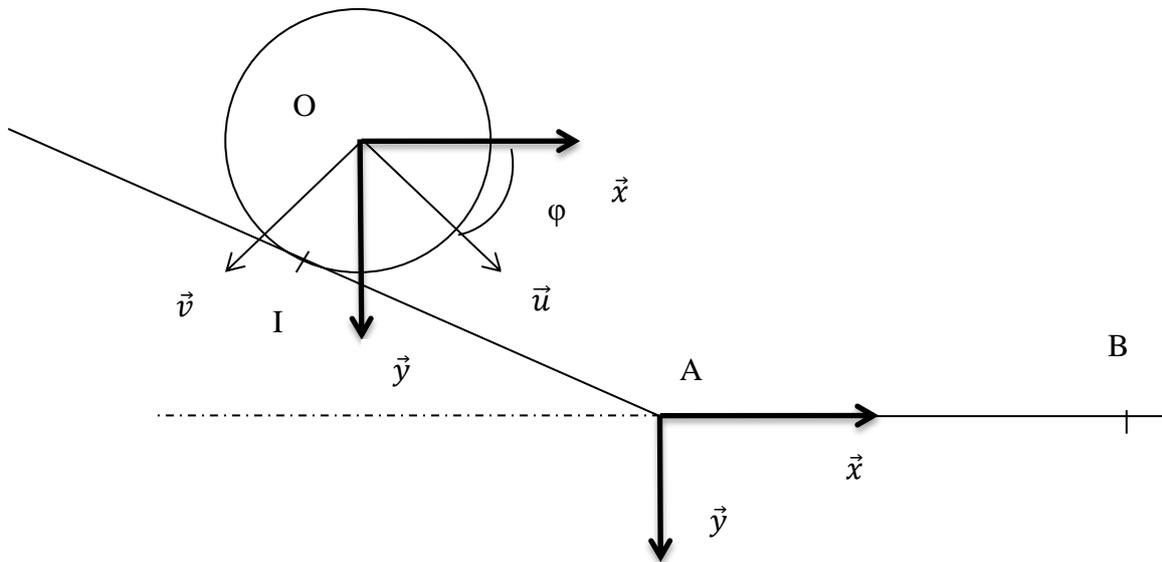


Pour $\alpha = 5^\circ$



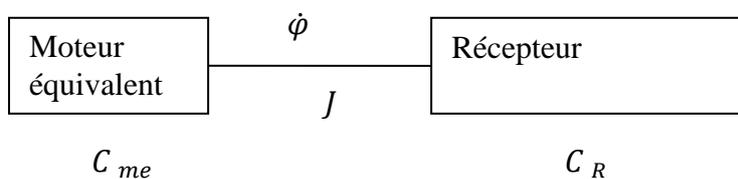
Résolution du problème :

On commence par paramétrer le système

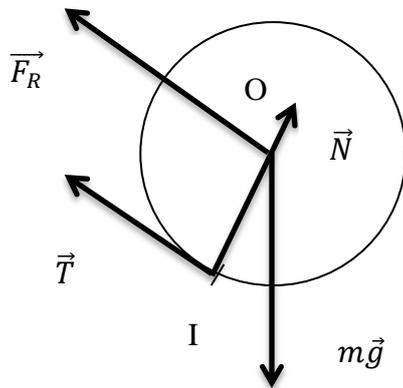


Le paramétrage peut être multiple : la distance AI ou l'angle φ . AI oblige de distinguer le cas où le cylindre est sur la pente et le cas où le cylindre est sur la portion horizontale. L'angle φ est donc plus adapté : $\varphi < 0$ cylindre sur la pente, $\varphi > 0$ cylindre sur la portion horizontale.

On modélise ensuite le système sous forme de blocs :



Pour déterminer les couples, on isole le cylindre :



La gravité sera le moteur, la force de frottement le récepteur.

NB : les forces de contact ont une puissance nulle car il y a roulement sans glissement en I.

Par un calcul de puissance, on obtient C_{me} et C_R .

Par un calcul d'énergie cinétique, on obtient J.

Détermination de F_R :

A priori, $F_r = \frac{F_{stat}-F_{sec}}{e^{n.v}} + F_{sec} + K_1 \cdot v + K_2 \cdot v^2$;

Les mises en vitesse ne font apparaître aucun frottement statique : F_{stat} étant indétectable pour $\alpha = 5^\circ$, il sera a fortiori invisible pour $\alpha = 10^\circ$ (mise en vitesse encore plus rapide).

Il reste donc $F_r = F_{sec} + K_1 \cdot v + K_2 \cdot v^2$

L'application du PFD (équation de la résultante en projection sur l'axe d'avance) donne :

$$m_e \ddot{\lambda} = mg \sin \alpha - F_r$$

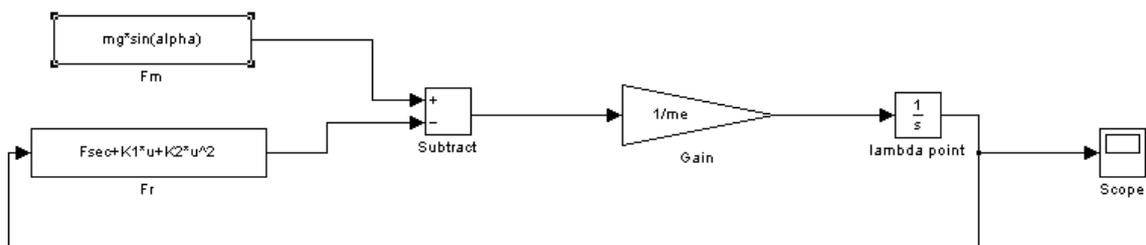
NB : m_e prend en compte m et J par un calcul d'énergie cinétique : $m_e = \frac{3}{2}m$

A vitesse stabilisée, on obtient :

$$0 = mg \sin \alpha - F_r$$

Les 2 expériences donnent 2 équations pour 2 inconnues : K_1 et F_{sec} (l'expression de K_2 étant connue).

On vérifie par simulation que les coefficients sont corrects pour les deux valeurs de α :



Retour à notre cylindre sur un plan incliné puis horizontal

La simulation du système nous permet de déterminer la position de B en fonction de « N ».

Equation de mouvement :

$$J \cdot \ddot{\varphi} = C_{me} + C_R, \text{ avec } C_R = -F_R * R$$

Schéma simulink papier (permet d'éviter beaucoup d'erreurs) :

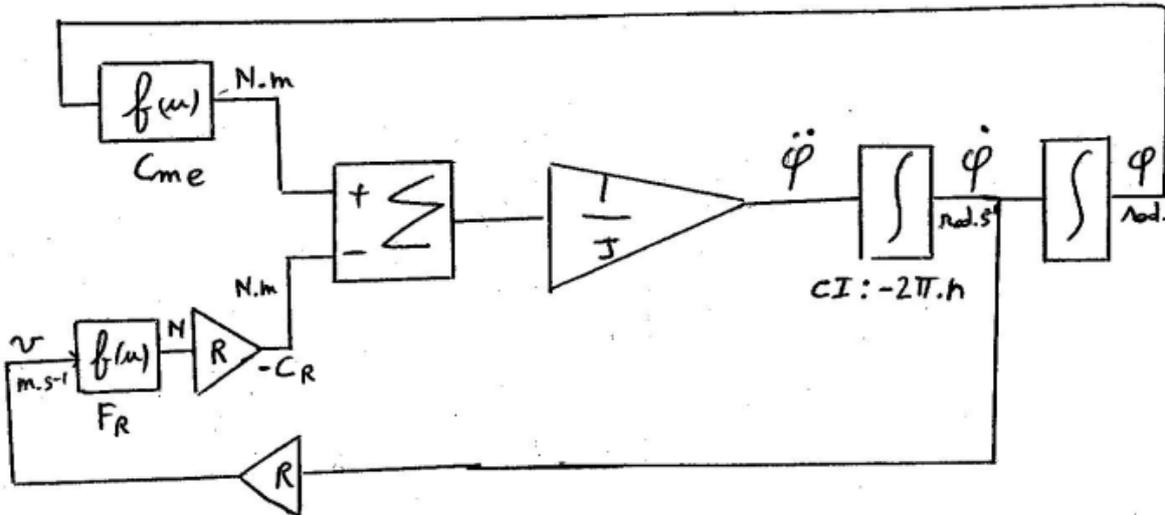
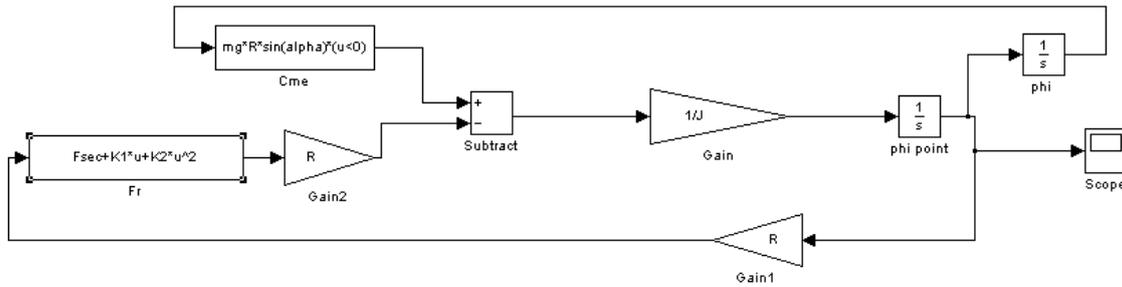


Schéma simulink :



Planification du projet

Voici une liste des tâches à planifier. Chaque tâche sera associée à un (ou plusieurs) noms d'étudiants. Un code des couleurs sera associé aux tâches à effectuer, aux tâches en cours et aux tâches terminées avec le pourcentage d'avancement.

Liste :

Prendre connaissance du sujet du projet.
Compréhension de la méthode de modélisation.
Prise en main de Simulink (ou scilab).
Couple moteur thermique sous simulink.
Force résistante équivalente appliquée au châssis du scooter.
Modélisation sous forme de blocs du scooter sans patinage de l'embrayage et équation du mouvement associée.
Schéma simulink accélération (sans patinage embrayage) (papier)
Simulation simulink accélération (sans patinage embrayage) variateur bloqué à $k_{var} mini$ (machine)
Modélisation sous forme de blocs de la chaîne de commande du variateur et équation du mouvement associée.
Schéma simulink de la chaîne de commande du variateur (papier)
Simulation simulink de la chaîne de commande du variateur (machine)
Simulation simulink accélération (sans patinage embrayage) variateur non bloqué (machine)
Réglage du correcteur PID (séances de labo d'asservissement)
Modélisation et simulation de la mise en charge de l'embrayage (de 1750 tr/mn à 7000 tr/mn).
Loi de transmission du couple de l'embrayage en fonction de sa vitesse de rotation.
Modélisation sous forme de blocs du scooter avec patinage de l'embrayage et équations du mouvement associées.
Schéma simulink démarrage (patinage embrayage, variateur bloqué) (papier)
Simulation simulink démarrage (patinage embrayage, variateur bloqué) (machine)
Passage du démarrage à l'accélération (basculement d'un modèle à l'autre)
Vérification des performances données par le constructeur
Couple moteur maxi aux roues ; vérification du non patinage de la roue arrière.

Durée du projet : 7 semaines, 42 heures encadrées + labos d'asservissement, 21 heures non encadrées environ.