Aide mémoire cinématique

Trajectoires

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} \qquad \frac{ds}{dt} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$$

$$\vec{t} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{ds} \qquad \frac{\vec{n}}{R_c} = \frac{d\,\vec{t}}{ds} \qquad \vec{b} = \vec{t} \wedge \vec{n}$$

$$\vec{v}_{(M)} = \frac{ds}{dt}.\vec{t} \qquad \vec{v}_{(M)} = v.\vec{t} \qquad v > 0$$

$$\vec{a}_{(M)} = \vec{a}_{t(M)} + \vec{a}_{n(M)} \qquad \vec{a}_{t(M)} = a_{t(M)}.\vec{t} = \frac{dv}{dt}.\vec{t} \qquad (a_{t(M)} > 0 \text{ ou } a_{t(M)} = 0 \text{ ou } a_{t(M)} < 0)$$

$$a_{t(M)} = \vec{a}_{(M)}.\vec{t}$$

$$\vec{a}_{n(M)} = a_{n(M)}.\vec{n} = \frac{v^2}{R_c}.\vec{n} \qquad (a_{n(M)} > 0 \text{ ou } a_{n(M)} = 0)$$

$$a_{n(M)} = \vec{a}_{(M)}.\vec{n}$$

Plus précisément dans un repère d'observation R_i :

Position	Vitesse du point M	Accélération du point M
$\overrightarrow{OiM}$	$\vec{v}_{(M)/i} = \frac{d^{(\mathrm{i})}}{dt}\overrightarrow{OiM}$	$\vec{a}_{(M)/i} = \frac{d^{(\mathrm{i})}}{dt}\vec{v}_{(M)/i} = \frac{d^{2(\mathrm{i})}}{dt^2}\overrightarrow{OiM}$

Formule de dérivation vectorielle

$$\frac{d^{(\mathrm{i})}}{dt}\vec{u} = \frac{d^{(\mathrm{k})}}{dt}\vec{u} + \overrightarrow{\Omega_{k/i}} \wedge \vec{u}$$

Cinématique du solide (indéformable)

$$\vec{v}_{(B)_{S/i}} = \vec{v}_{(A)_{S/i}} + \overrightarrow{\Omega_{S/i}} \wedge \overrightarrow{AB}$$

$$\vec{v}_{(B)_{S/i}} = \vec{v}_{(A)_{S/i}} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S/i}}$$

Loi de composition des mouvements

R_{abs} : *repère absolu* R_{rel} : *repère relatif*

Loi de composition des vitesses de rotation

$$\overrightarrow{\Omega_{k/i}} = \overrightarrow{\Omega_{k/j}} + \overrightarrow{\Omega_{j/i}} \qquad \overrightarrow{\Omega_{k/i}} = -\overrightarrow{\Omega_{i/k}}$$

Mouvement absolu : mouvement du point M dans le repère absolu

Position absolue du point M

$$\overrightarrow{O_{abs}M}$$

Vitesse absolue du point M

$$\overrightarrow{v}_{(M)/abs} = \frac{d^{(\text{abs})}}{dt}\overrightarrow{O_{abs}M}$$

Accélération absolue du point M

$$\overrightarrow{a}_{(M)/abs} = \frac{d^{(\text{abs})}}{dt}\overrightarrow{v}_{(M)/abs}$$

Mouvement relatif : mouvement du point M dans le repère relatif

Position relative du point M

$$\overrightarrow{O_{rel}M}$$

Vitesse relative du point M

$$\overrightarrow{v}_{(M)/rel} = \frac{d^{(\text{rel})}}{dt}\overrightarrow{O_{rel}M}$$

Accélération relative du point M

$$\overrightarrow{a}_{(M)/rel} = \frac{d^{(\text{rel})}}{dt}\overrightarrow{v}_{(M)/rel}$$

Mouvement d'entraînement :

C'est le mouvement du point M **supposé immobile** dans le mouvement du repère relatif par rapport au repère absolu.

Position d'entraînement du point M

$$\overrightarrow{O_{abs}M_{rel}}$$

Vitesse d'entraînement du point M

$$\overrightarrow{v}_{(M)ent} = \frac{d^{(\text{abs})}}{dt}\overrightarrow{O_{abs}M_{rel}}$$

Accélération d'entraînement du point M

$$\overrightarrow{a}_{(M)ent} = \frac{d^{(\text{abs})}}{dt}\overrightarrow{v}_{(M)ent}$$

Ne jamais perdre de vue que, dans tous les calculs liés à ce mouvement dit "d'entraînement", le point M est considéré fixe dans le repère relatif.

Loi de composition des vitesses d'un point M

$$\overrightarrow{v}_{(M)abs} = \overrightarrow{v}_{(M)rel} + \overrightarrow{v}_{(M)ent}$$

$$\overrightarrow{v}_{(M)/0} = \overrightarrow{v}_{(M)/1} + \overrightarrow{v}_{(M)1/0}$$

$$\overrightarrow{v}_{(M)k/i} = \overrightarrow{v}_{(M)k/j} + \overrightarrow{v}_{(M)j/i} \qquad \overrightarrow{v}_{(M)j/i} = -\overrightarrow{v}_{(M)i/j}$$

Loi de composition des accélérations d'un point M

$$\overrightarrow{a}_{(M)abs} = \overrightarrow{a}_{(M)rel} + \overrightarrow{a}_{(M)ent} + \overrightarrow{a}_{(M)cor} \qquad \overrightarrow{a}_{(M)cor} = 2\overrightarrow{\Omega_{ent}} \wedge \overrightarrow{v}_{(M)rel}$$

$$\overrightarrow{a}_{(M)/0} = \overrightarrow{a}_{(M)/1} + \overrightarrow{a}_{(M)1/0} + \overrightarrow{a}_{(M)cor}$$

$$\overrightarrow{a}_{(M)k/i} = \overrightarrow{a}_{(M)k/j} + \overrightarrow{a}_{(M)j/i} + \overrightarrow{a}_{(M)cor} \qquad \overrightarrow{a}_{(M)cor} = 2\overrightarrow{\Omega_{j/i}} \wedge \overrightarrow{v}_{(M)k/j}$$

$\overrightarrow{a}_{(M)_{j/i}}$est différente de $-\overrightarrow{a}_{(M)_{i/j}}$