

NOM:

date:

Prénom:

UC:

Contrôle de travail

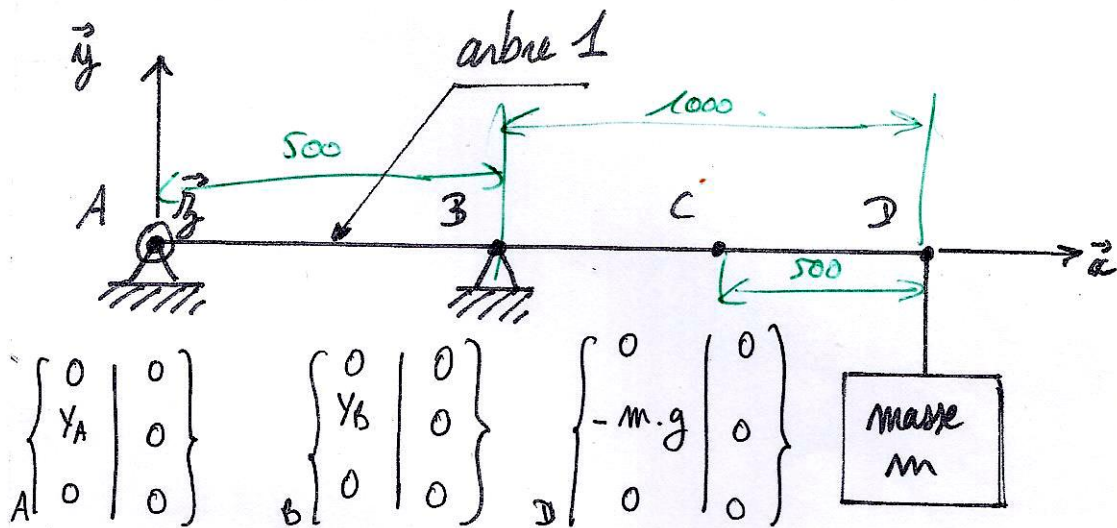
calcul du coefficient de sécurité d'un arbre

L'arbre 1 est de section pleine, constante ($D=40\text{mm}$), sauf dans la section de centre C (un trou $d=4\text{ mm}$ est percé verticalement dans l'arbre).

Le problème est plan, les liaisons sont considérées ponctuelles en A et B.

matière: acier C30 $\sigma_e=350\text{ MPa}$

dimensions en mm: $ab=500$ $bd=1000$ $cd=500$ $m=100\text{Kg}$ $g=10\text{ m.s}^{-2}$



1. Calculez les réactions aux appuis Y_a et Y_b .

2. Tracez le diagramme des efforts intérieurs T_y et M_z .

3. Donnez sans calcul la section la plus sollicitée de l'arbre. Justifiez.

4. Calculez le coefficient de sécurité dans cette section.

↳ concluez sur la tension mécanique de l'arbre!



Correction PEUT 01/11/14

Numérotez chaque page (dans le cadre en bas de la page) et placez les feuilles intercalaires dans le bon sens.

Note :

20

Appréciation du correcteur (uniquement s'il s'agit d'un examen) :

A.N.: $ab = 1000$ $m = 100 \text{ kg}$
 $bd = 1000$ $D = 40 \text{ m}$
 $cd = 500$ $d = 4 \text{ m}$

* Uniquement s'il s'agit d'un examen.

PFS: Calcul des réactions aux appuis

1

$$Y_A + Y_B - mg = 0$$

"résultantes"

$$\vec{BA} \wedge \vec{A} + \vec{BD} \wedge \vec{D} = \vec{0}$$

"moments"

(PFS au point B)

$$\begin{vmatrix} -ab & 0 & bd & 0 \\ 0 & Y_A & 0 & -mg \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$-ab \cdot Y_A - mg \cdot bd = 0$$

$$Y_A = -\frac{bd}{ab} \cdot m \cdot g$$

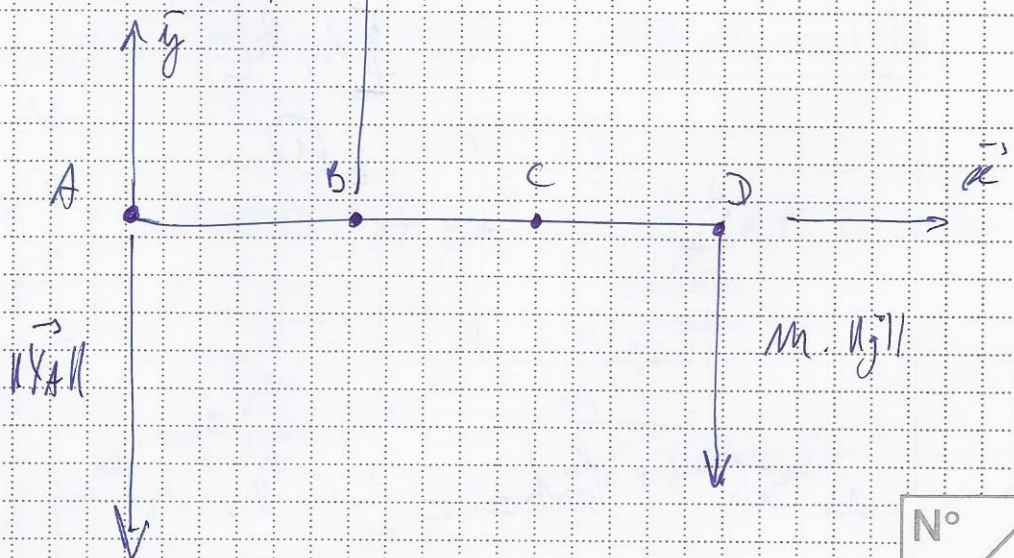
A.N.: $Y_A = -\frac{1000 \cdot 1000}{1000} = -2000 \text{ N}$

$$Y_B = mg - Y_A$$

A.N.: $Y_B = 1000 - (-2000) = 3000 \text{ N}$

u

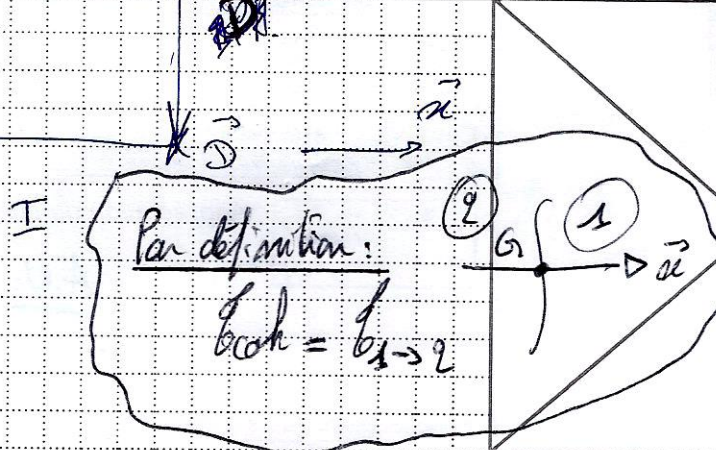
14



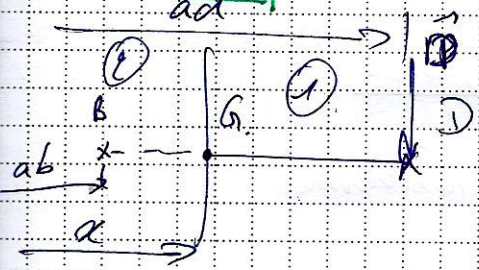
N°
 .../...

ne rien écrire dans

la partie barrée



Triangle I: $G \in [B, D]$



on isole ①: $\vec{L}_{\text{cch}} = + \vec{L}_{S \rightarrow 1}$

$$M_{\text{cch}}^{\vec{D}} = G \vec{D} \wedge \vec{D}$$

$$= \begin{vmatrix} ad - \alpha & 0 \\ 0 & -mg \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 \\ \cancel{mg \cdot ad - \alpha} & 0 \\ mg(\alpha - ad) \end{vmatrix}$$

$ab < \alpha \leq ad$

$$N = 0 \quad | \quad NE = 0$$

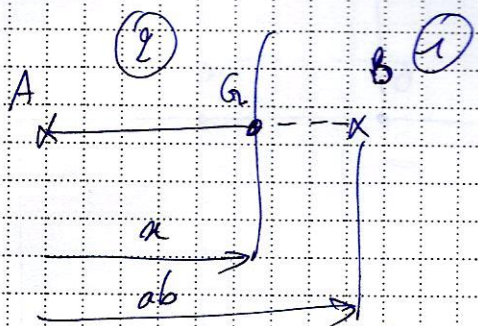
$$T_y = -mg \quad | \quad N_f y = 0$$

$$T_z = 0 \quad | \quad N_f z = mg \alpha - ad \cdot mg$$

$$N_f z(\alpha = ad) = 0$$

$$\begin{aligned} N_f z(\alpha = ab) &= mg \cdot ab - ad \cdot mg \\ &= mg(ab - ad) \\ &= -mg \cdot bd \end{aligned}$$

Triangle II: $G \in [A, B]$



on isole ②: $\vec{L}_{\text{cch}} = - \vec{L}_{S \rightarrow 2}$

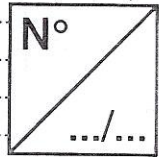
$0 < \alpha < ab$

$$N = 0 \quad | \quad NE = 0$$

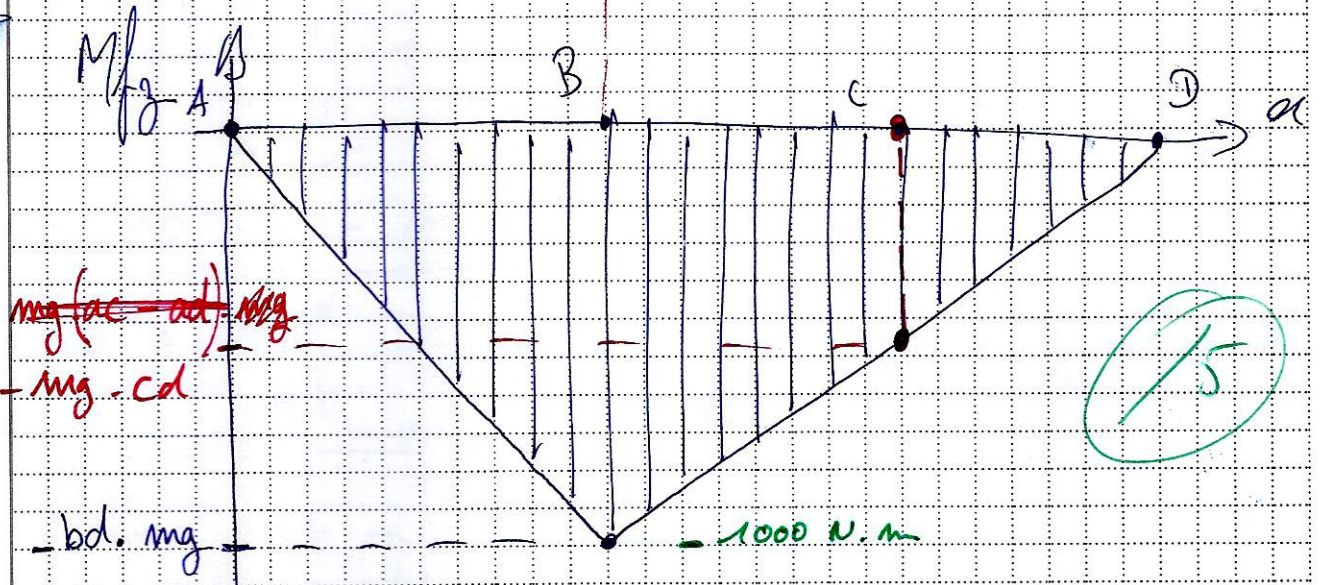
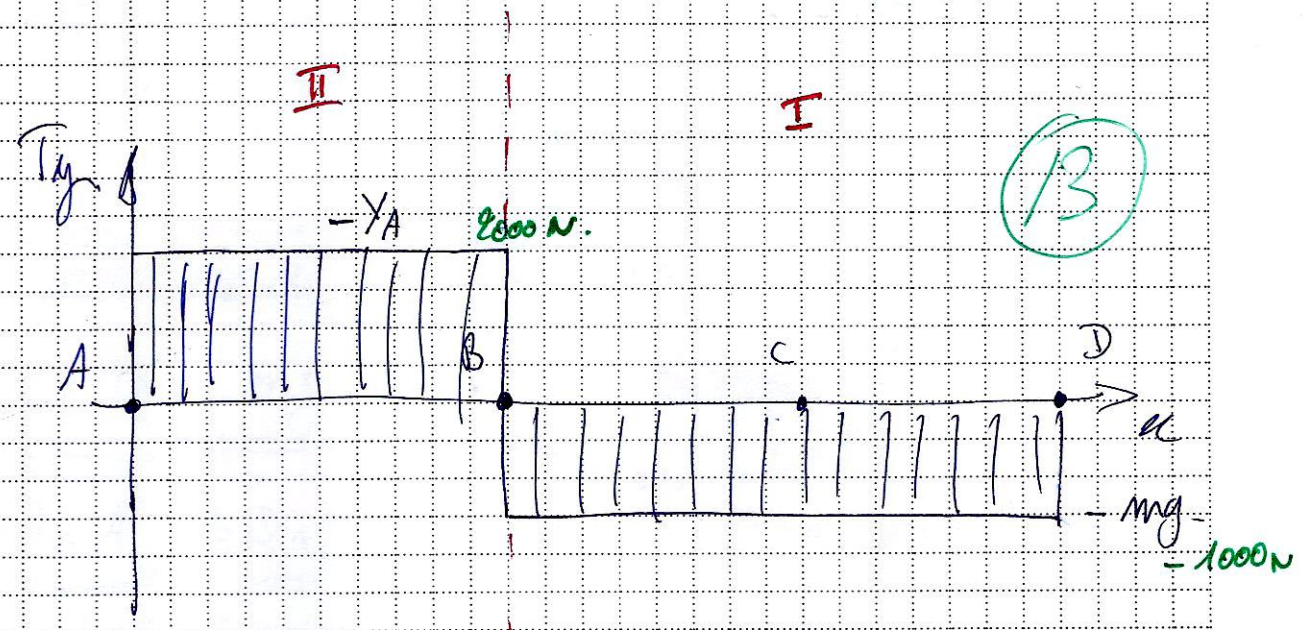
$$T_y = -Y_A \quad | \quad N_f y = 0$$

$$T_z = 0 \quad | \quad N_f z = + Y_A \cdot \alpha$$

$$\begin{aligned} N_f z(\alpha = ab) &= + Y_A \cdot ab = + \left(-\frac{bd}{ab}\right) \cdot ab \\ &= -bd \cdot 1 \end{aligned}$$



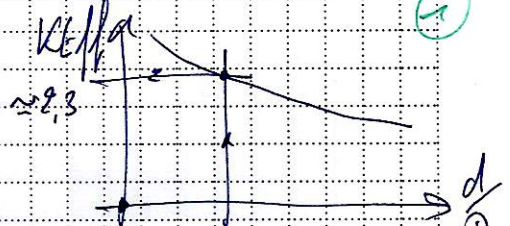
$$\vec{M}_{\text{boch}} = \vec{R}_A \wedge \vec{A} = \begin{vmatrix} +x & 0 & 0 \\ 0 & y_A & 0 \\ 0 & 0 & +y_A \cdot x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +y_A \cdot x \end{vmatrix}$$



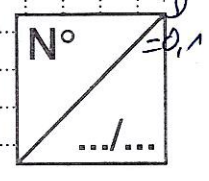
AN: $M_{fz \max} = -1000 \times 1000 = -10^6 \text{ N.m} = -1000 \text{ N.m}$

(3) la section la plus sollicitée est la section C
car $K_{eff} \approx 2,3 (> 2)$

et donc $M_{fz C} \geq M_{fz B}$



(4) Calcul de S_c
(Voir feuille de calcul)



$b = +(-\frac{bd}{ab} - mg) \cdot ab$
 $= -bd \cdot mg$

$$S_B = 2,2$$

$$S_C = 1,9$$

ne rien
écrire
dans

la
partie
barrée

N°

.../...

16

FICHE DE CALCUL DU COEFFICIENT DE SECURITE D'UNE SECTION DROITE D'UN ARBRE

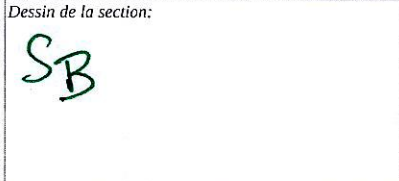
abscisse de la section _mm		géométrie de la section ronde			
X	13	D	40		
Dessin de la section: Sc		diamètre EXT en mm	d	0	
		diamètre INT en mm	S	1257	= PI/4*(D ² -d ²)
		aire de la section en mm ²	Io	251327	= PI/32*(D ⁴ -d ⁴)
		Moment quadratique polaire _mm ⁴	Igz	125664	= Io/2
Moment d'inertie /axe z _mm ⁴					
limite d'élasticité du matériau _en Mpa	σ_c	350			

Effort normal en N	N	0	Moment de torsion en N.m	Mt	0
effort tranchant sur y en N	Ty	1000	Moment fléchissant sur y en N.m	Mfy	0
effort tranchant sur z en N	Tz	0	Moment fléchissant sur z en N.m	Mfz	500

			σ normale	K_t Coef de Concentration De contrainte	σ réelle = $K_t * \sigma$ nominale
contrainte normale de traction	$\sigma_{traction} = N / S$		0.00	1	0.00
contrainte normale de flexion	$\sigma_{flexion} = (Mfy^2 + Mfz^2)^{(1/2)} / (Igz / (d/2))$		79.58	2.3	183.03
contrainte tangentielle de cisaillement	$\tau_{cisaillement} = (Ty^2 + Tz^2)^{(1/2)} / S$		0.80	1	0.80
contrainte tangentielle de torsion	$\tau_{torsion} = Mt / (Io / (d/2))$		0.00	1	0.00
Contrainte équivalente de TRESCA	$\sigma_{eq}^T = (\sigma_{tract+flex}^2 + 4\tau_{cisail+tors}^2)^{(1/2)}$		/	/	183.04
coefficient de sécurité de la section	$S_{secu} = \sigma_c / \sigma_{eq}^T$		/	/	1.91

1 ni pas de conclusion!

FICHE DE CALCUL DU COEFFICIENT DE SECURITE D'UNE SECTION DROITE D'UN ARBRE

abscisse de la section _mm				géométrie de la section ronde		
X	13	diamètre EXT en mm	D	40		
Dessin de la section: 		diamètre INT en mm	d	0		
		aire de la section en mm ²	S	1257	= PI/4*(D ² -d ²)	
		Moment quadratique polaire _mm ⁴	Io	251327	= PI/32*(D ⁴ -d ⁴)	
		Moment d'inertie /axe z _mm ⁴	Igz	125664	= Io/2	
limite d'élasticité du matériau _en Mpa	σ_e	350				

Effort normal en N	N	0	Moment de torsion en N.m	Mt	0
effort tranchant sur y en N	Ty	2000	Moment fléchissant sur y en N.m	Mfy	0
effort tranchant sur z en N	Tz	0	Moment fléchissant sur z en N.m	Mfz	1000

			σ_{normale}	K_t Coef de Concentration De contrainte	$\sigma_{\text{réelle}} = K_t * \sigma_{\text{normale}}$
contrainte normale de traction	$\sigma_{\text{traction}} = N / S$		0.00	1	0.00
contrainte normale de flexion	$\sigma_{\text{flexion}} = (Mfy^2 + Mfz^2)^{1/2} / (Igz / (d/2))$		159.15	1	159.15
contrainte tangentielle de cisaillement	$\tau_{\text{cisaillement}} = (Ty^2 + Tz^2)^{1/2} / S$		1.59	1	1.59
contrainte tangentielle de torsion	$\tau_{\text{torsion}} = Mt / (Io / (d/2))$		0.00	1	0.00
Contrainte équivalente de TRESCA	$\sigma_{\text{eq}}^T = (\sigma_{\text{tract}^2 + \text{flex}^2} + 4\tau_{\text{cisail} + \text{tors}^2})^{1/2}$		/	/	159.19
coefficient de sécurité de la section	$S_{\text{secu}} = \sigma_e / \sigma_{\text{eq}}^T$		/	/	2.20

FLEXION

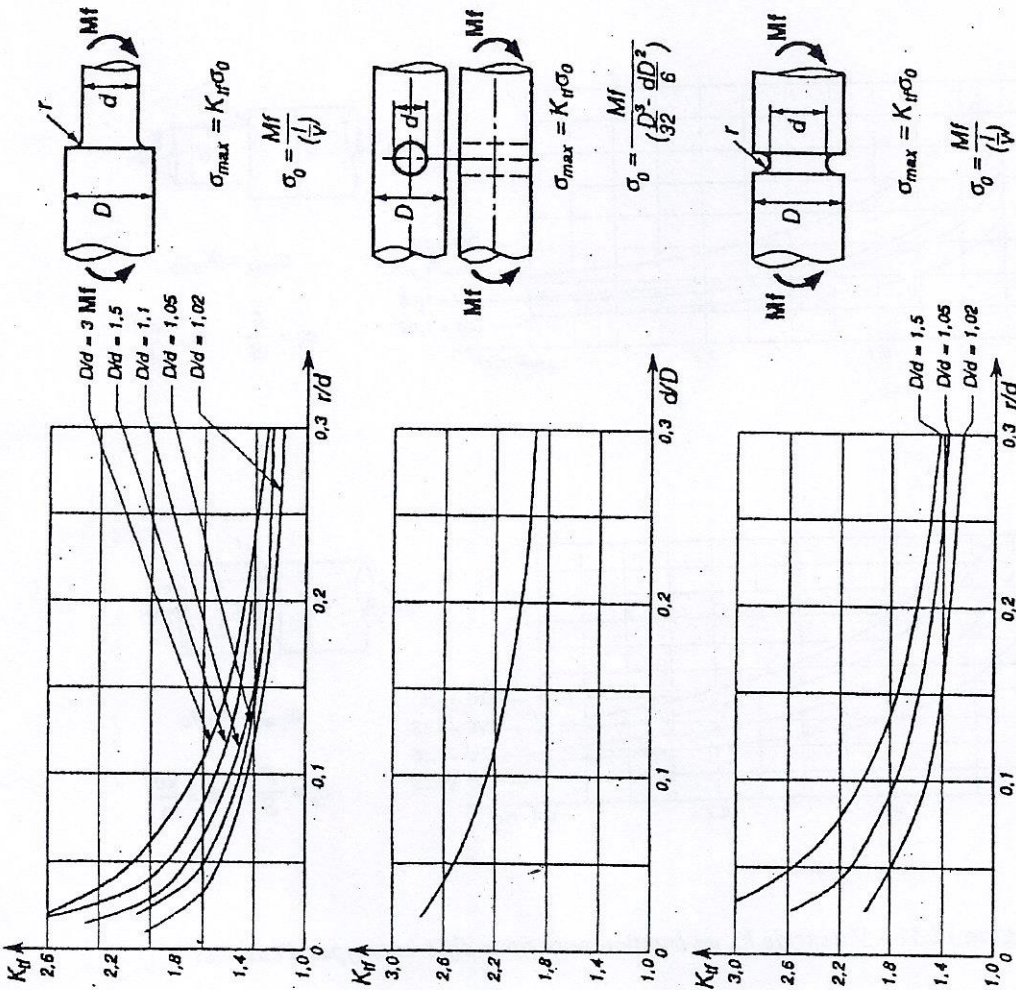


Figure 12.10 – Valeur de K_f en flexion pure pour différents types d'entailles

TORSION

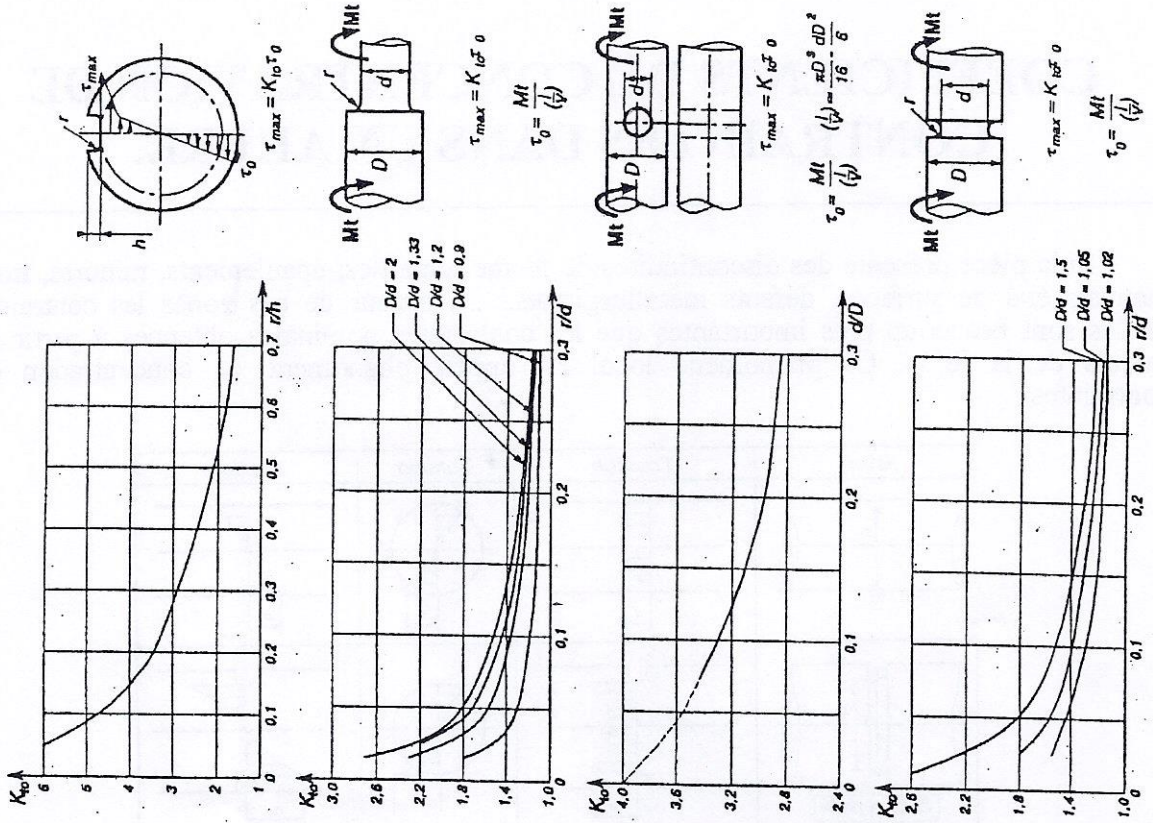


Figure 12.9 – Valeur de K_t en torsion pure pour différents types d'entailles