



Étude de mécanismes S3

Printemps 2017

Cours Edm S3

Séance 1	Cours roulements + thème (reconception
Séance 2	Cours poulies courroie + thème + prg excel (PFS +rlts)
Séance 3	Calcul des roulements et dessin
Séance 4	Cours engrenages + thème+ prg excel
Séance 5	TP 1
Séance 6	TP 2
Séance 7	Thème de synthèse

Points évalués :

Séance 1 :

Dessin re conception (en classe) (/10 points)

Séance 2 :

Courroie trapézoïdale (en classe) (/5 points)

Efforts aux roulements (en classe) (/10 points)

Programme Excel PFS (maison) (/5 points)

Séance 3 :

Calcul des roulements (en classe) (/5 points)

Programme Excel roulements (maison) (/5 points)

Dessin avec les nouveaux roulements (en classe) (/10 points)

Séance 4 :

Tableau engrenages (cours) (/5 points)

Programme Excel engrenages (maison) (/5 points)

Labo :

Séance 5 :

Bloc 1 (/5 points)

Bloc 2 (/5 points)

Séance 6 :

Bloc 3 (/5 points)

Bloc 4 (/5 points)

Séance 7 :

Contrôle de synthèse : (/60 points)

Note finale /140 points,

ramenée à / 20

Chapitre 1

Les roulements rigides à billes

Principe

Un roulement est un composant mécanique qui permet la rotation d'un arbre dans son logement. Le choix d'un roulement se fait en fonction :

- des actions à transmettre,
- des vitesses de rotation,
- des conditions de fonctionnement (chocs, températures...),
- de la précision demandée,
- des conditions de montage (accessibilité, réglage, encombrement),
- de l'entretien, du prix,
- de la rigidité exigée,
- de la durée de vie.

Différents types de roulement

La table 1.1 recense les principaux types de roulements existants :

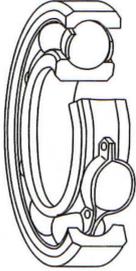
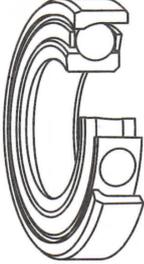
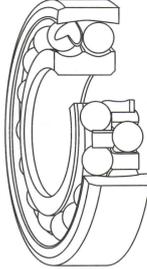
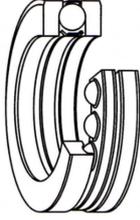
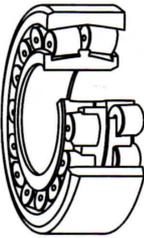
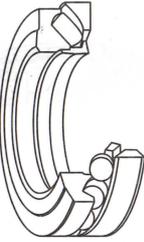
Roulement à billes à contact radial	Roulement à billes à contact oblique	Roulement à rotule sur billes	Butée à billes
			
<ul style="list-style-type: none"> — le plus répandu — charges axiales et radiales modérées — économique 	<ul style="list-style-type: none"> — charges axiales unilatérales importantes — montage par paire et en opposition — existe version à deux rangées 	<ul style="list-style-type: none"> — charges radiales importantes — faibles charges axiales — angle de rotulage important 	<ul style="list-style-type: none"> — charges axiales unilatérales uniquement — peu répandu — vitesses de rotation limitées
Roulement à rouleaux cylindrique	Roulement à rotule sur rouleaux	Roulement à rouleaux coniques	Butée à rotule sur rouleaux
			
<ul style="list-style-type: none"> — charges radiales importantes — charges axiales faibles — défauts d'alignement peu compensés 	<ul style="list-style-type: none"> — charges élevées — vitesses modérées — frottements internes élevés 	<ul style="list-style-type: none"> — charges axiales unilatérales uniquement — vitesses limitées — montage par paire et en opposition 	<ul style="list-style-type: none"> — charges axiales élevées — vitesses de rotation modérées — frottements internes élevés

TABLE 1.1 – Principaux types de roulements

On peut ajouter les roulements à aiguilles, comparables sur le principe aux roulements à rouleaux. L'intérêt majeur est leur faible encombrement radial. Ils sont largement utilisés, bien que certaines variantes ne soient pas normalisées.

Éléments constitutifs

La figure 1.1 décrit les éléments constitutifs d'un roulement.

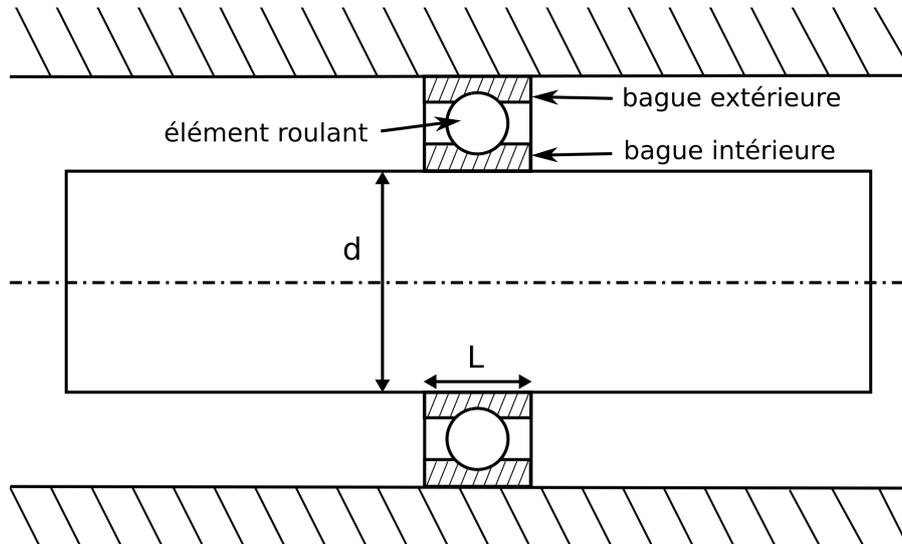


FIGURE 1.1 – Éléments mis en jeu dans le cas de la rotation d'un arbre par rapport à l'alésage fixé au bâti

Avec L la longueur de guidage et d le diamètre de l'arbre.

La bague intérieure est liée à, la bague extérieure est liée au Les éléments roulants sont des, des ou des Ils roulent sur Les éléments roulants sont séparés entre-eux par une

NB : Les roulements servent à éviter tout contact entre deux pièces mobiles, l'une par rapport à l'autre.

La désignation normalisée des roulements ISO est reprise par l'AFNOR.

Ancienne norme :

- Les premiers chiffres représentent le diamètre intérieur d de la bague intérieure en mm (diamètre d'arbre).
- La (ou les) lettre(s) qui suivent désignent le type de roulement (BC pour les roulements à bille, R pour les rouleaux cylindriques, S pour les "auto-alignements", T pour les butées, K pour les rouleaux coniques, N pour les aiguilles).
- Le chiffre suivant désigne la série de largeur L ou B (longueur de guidage).
- Le suivant désigne la série de diamètre extérieur de la bague extérieure (diamètre d'alésage).
- La suite fournit un complément d'information.

Nouvelle norme :

- Le type de roulement est représenté par un premier chiffre ou une combinaison de lettres (0 pour les roulements à billes à contact oblique à deux rangées, 1 pour les roulements à rotule sur billes, 2 pour les roulements et butées à rotule sur rouleaux, 3 pour les roulements à rouleaux coniques, 4 pour les roulements rigides à billes à deux rangées, 5 pour les butées à billes, 6 pour les roulements rigides à billes à deux rangées, 7 pour les roulements à billes à contact oblique à une rangée, 8 pour les butées à rouleaux cylindriques et N pour les roulements à rouleaux cylindriques).
- La série de dimensions ISO est représentée par les deuxième et troisième chiffres. Le premier identifie la série de largeur L ou B (ou la série de hauteur H pour les butées). Le second donne la série de diamètre.
- Le diamètre d'alésage D en millimètres est représenté par les deux derniers chiffres de la désignation de base qu'il faut multiplier par 5 pour obtenir le diamètre d'alésage réel.

Modélisation des liaisons

Les tableaux 1.2 et 1.3 font le bilan des liaisons cinématiques possibles, selon les cas, entre un alésage et son arbre.

$L/D > 1.5$		$L/D < 1$	
Avec arrêts en translation	Sans arrêts en translation	Avec arrêts en translation	Sans arrêts en translation
Liaison :	Liaison :	Liaison :	Liaison :

TABLE 1.2 – Types de liaisons entre l'arbre et l'alésage (Schémas cinématiques à dessiner)

Remarque : pour $1 < L/d < 1.5$, la liaison dépendra du porte à faux créé par l'arbre :

$1 < L/D < 1.5$	
Arbre long	Arbre court
Liaison(s) :	Liaison(s) :

TABLE 1.3 – Effet de porte à faux créé par l'arbre

Réalisation d'une liaison pivot par roulement

Généralement, le rapport L/d est inférieur à 1. Pour augmenter la longueur de guidage, on choisit de placer un second roulement. La longueur de guidage ainsi obtenue est alors prise comme la distance entre les centres des roulements A et B (cf. figure 1.2).

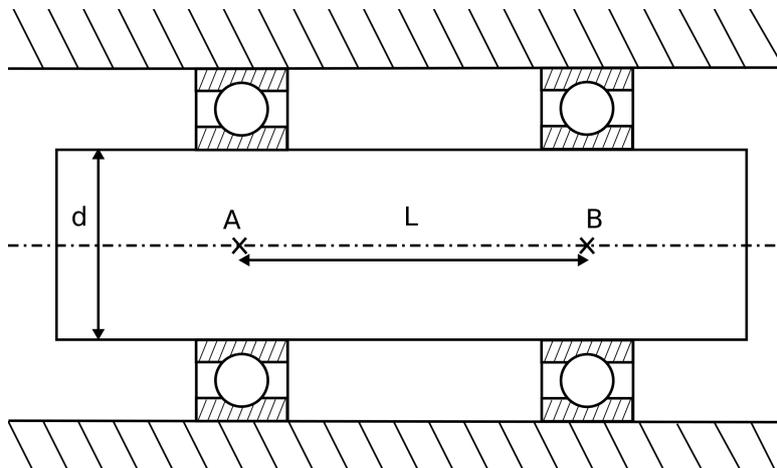


FIGURE 1.2 – Mise en place de deux roulements entre l'arbre et l'alésage

Il reste ensuite à effectuer les blocages en translation. Pour les réaliser, il existe différents moyens :

.....
<ul style="list-style-type: none"> — Difficilement démontable — Serrée sur le bâti — Serrée sur l'arbre 		<ul style="list-style-type: none"> — Usinage d'une gorge — Arrêt démontable — Faible effort axial admissible 	
.....
<ul style="list-style-type: none"> — Géométrie du bâti — Géométrie de l'arbre — Arrêt permanent 		<ul style="list-style-type: none"> — Arrêt démontable — Pas de jeu axial — Effort axial important 	

TABLE 1.4 – Moyens de blocage en translations principaux des bagues de roulements

Concrètement, il existe deux configurations pour réaliser une liaison pivot. Cela fait l'objet des deux prochains paragraphes.

Rotule + rotule

La première configuration met en jeu une liaison "rotule" entre l'arbre et l'alésage, au niveau de chaque roulement (cf. figure 1.3).

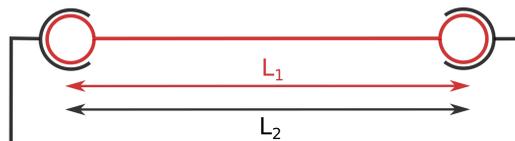


FIGURE 1.3 – Schéma cinématique non minimal de la configuration "rotule + rotule"

Calculons le degré d'hyperstatisme associé au montage en question. On rappelle la relation suivante :

- Is** : nombre total d'inconnues statiques $\Rightarrow \dots$
- n** : nombre de sous-ensembles cinématiques
- Es** : nombre total d'équations statiques (en 3D : $Es = 6(n - 1)$) $\Rightarrow \dots$
- m** : nombre de mobilités utiles $\Rightarrow \dots$
- h** : degré d'hyperstatisme

$$h = Is - (Es - m) = \dots$$

Il s'agit d'un montage Ceci se traduit par des efforts axiaux exercés sur le roulement. Ainsi, un montage correct du mécanisme doit tenir compte de la contrainte géométrique $L_1 = L_2$.

4 arrêts en translation, au moins, sont mis en œuvre dans cette configuration d'après la figure 1.4 :

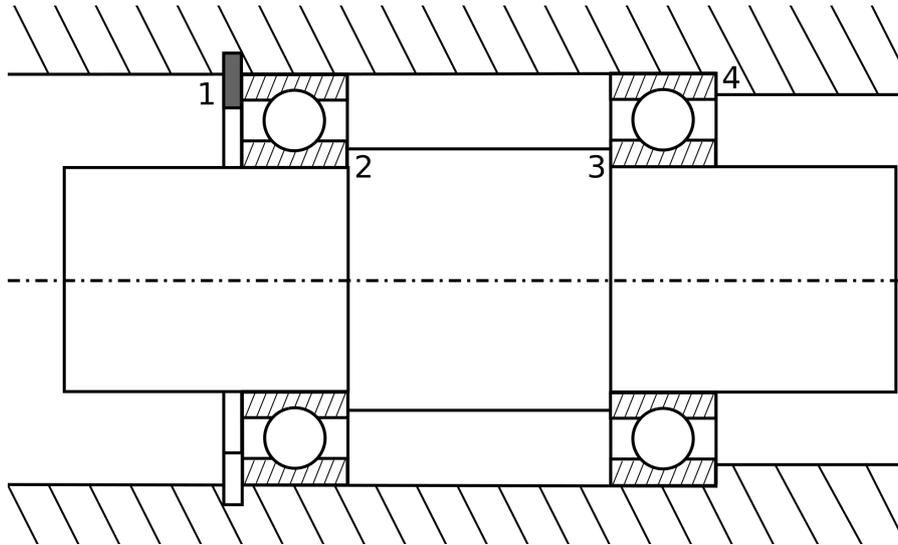


FIGURE 1.4 – 4 arrêts en translation pour la configuration "rotule + rotule"

On pourrait envisager d'ajouter 2 arrêts supplémentaires afin de bloquer les bagues dont l'ajustement sera serré. Ce point sera précisé plus loin.

Rotule + linéaire annulaire

La deuxième configuration met en jeu une liaison "rotule" et une liaison "linéaire annulaire" entre l'arbre et l'alésage, au niveau des roulements (*cf.* figure 1.5).



FIGURE 1.5 – Schéma cinématique non minimal de la configuration "rotule + linéaire annulaire"

Calculons le degré d'hyperstatisme associé au montage en question.

$$h = Is - (Es - m) = \dots$$

Il s'agit d'un montage Aucune condition géométrique particulière n'est requise.

Pour annuler l'éventuel jeu axial, il existe des cales de réglage ("cales pelables"). Elles sont formées par un empilement de rondelles de faible épaisseur (0.1 mm par exemple), que l'on peut peler "comme un oignon" pour obtenir l'épaisseur voulue.

6 arrêts en translation sont mis en œuvre dans cette configuration d'après les figures 1.6 et 1.7 :

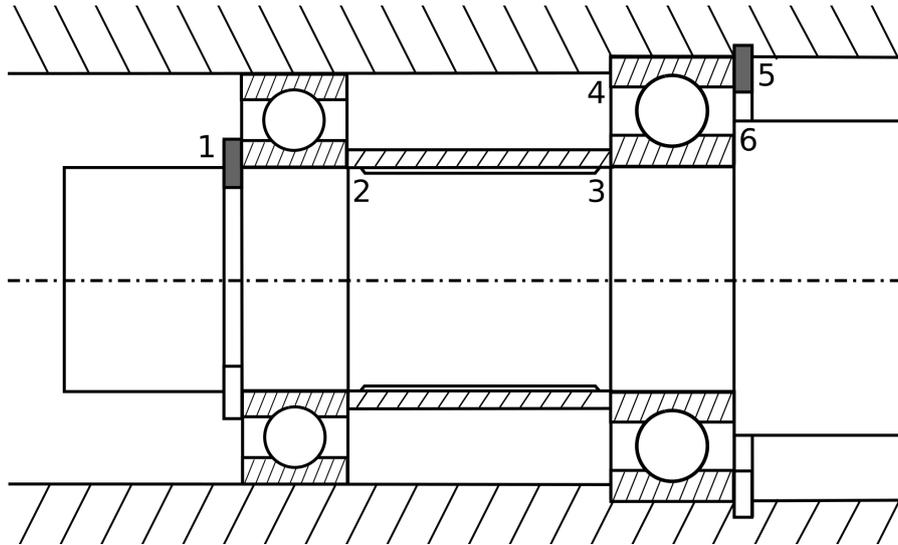


FIGURE 1.6 – Cas n° 1 : 6 arrêts en translation pour la configuration "rotule + linéaire annulaire"

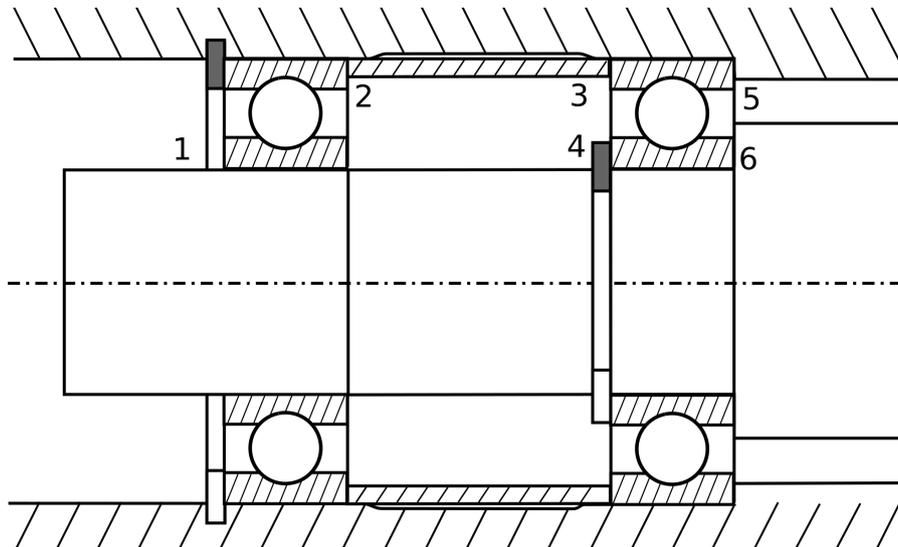


FIGURE 1.7 – Cas n° 2 : 6 arrêts en translation pour la configuration "rotule + linéaire annulaire"

Le choix de la position (intérieure ou extérieure) des arrêts sera discutée plus loin dans ce cours.

Les chapeaux

Il est parfois intéressant d'avoir accès aux roulements au sein du mécanisme, afin de faciliter la maintenance. On peut, par exemple, vouloir changer les roulements sans avoir à ouvrir le bâti. Ces chapeaux sont généralement des pièces de révolution tournées puis assemblées dans le bâti à l'aide de vis.

Ces éléments peuvent participer, par ailleurs, aux blocages en translation.

Chapeau fermé : l'arbre ne sort pas du bâti

La figure 1.8 illustre la mise en place d'un chapeau "fermé".

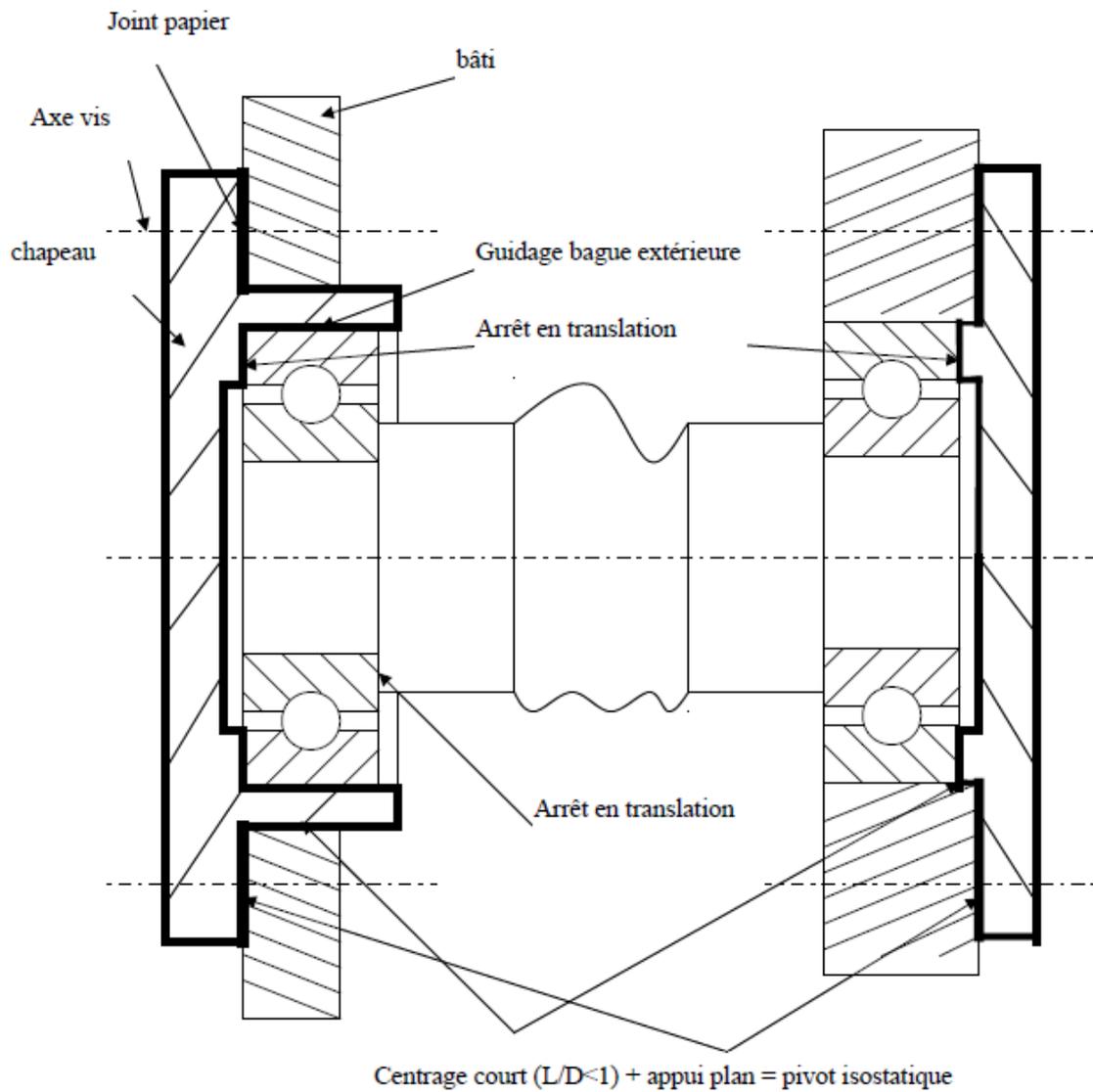


FIGURE 1.8 – Exemple de montage de roulements en "rotule-rotule"

Un roulement se trouve ici dans le chapeau, tandis que le second est placé directement dans le bâti.

Chapeau ouvert : l'arbre sort du bâti

La figure 1.9 illustre la mise en place d'un chapeau "ouvert".

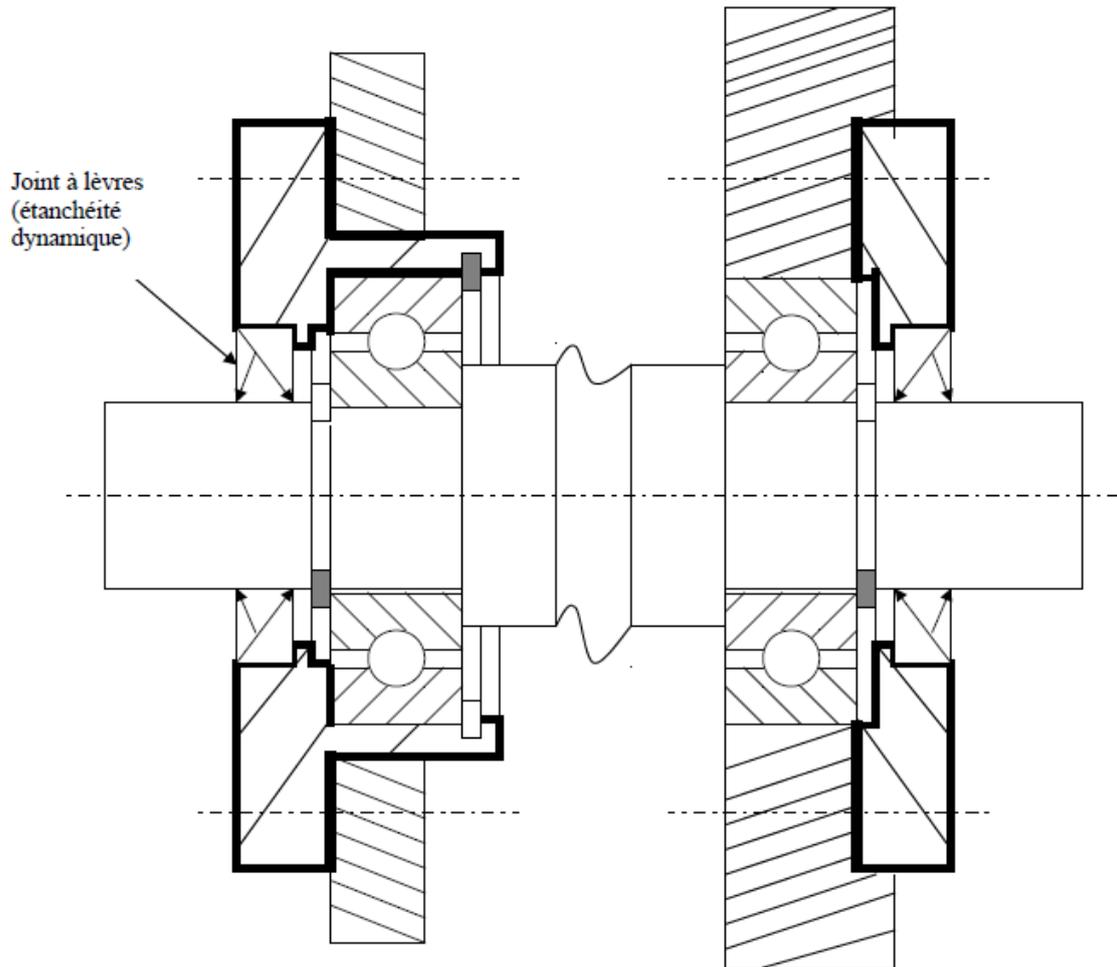


FIGURE 1.9 – Exemple de montage de roulements en "rotule-linéaire annulaire"

Un roulement se trouve ici dans le chapeau, tandis que le second est placé directement dans le bâti.

NB : Le montage des roulements est indépendant du fait que les arbres sortent ou non du bâti. De plus, un arbre peut sortir à une extrémité et pas à l'autre.

Ajustements associés au montage des roulements

Règle 1 : on monte serrée la bague qui tourne par rapport à la charge exercée sur le roulement. On monte glissante (ajustée avec jeu) la bague fixe part rapport à la charge.

Règle 2 : les bagues tournantes par rapport à la charge et ajustées serrées doivent être fixées latéralement ("épaulées") des deux côtés.

Le roulement étant un organe acheté, il est livré aux cotes nominales (h pour la bague extérieure, H pour la bague intérieure), l'indice de qualité étant donné par le fabricant.

NB : un montage serré ne dispense pas des arrêts en translation.

Bague serrée sur l'arbre, libre sur le bâti

La figure 1.10 représente la configuration "arbre tournant par rapport à la charge".

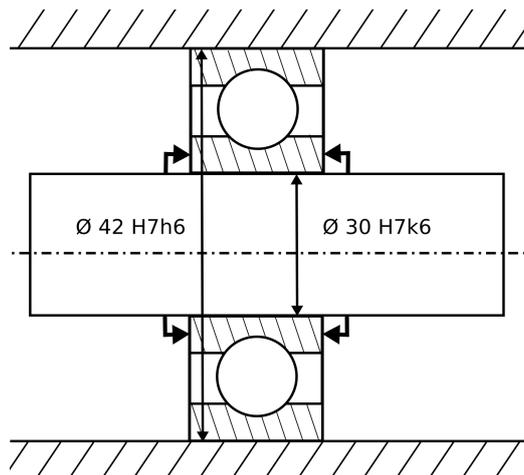


FIGURE 1.10 – Exemple d'ajustement "arbre tournant par rapport à la charge"

Dans cette configuration, des arrêts en translation assureront le blocage de la bague intérieure.

Bague serrée sur le bâti, libre sur l'arbre

La figure 1.11 représente la configuration "bâti tournant par rapport à la charge".

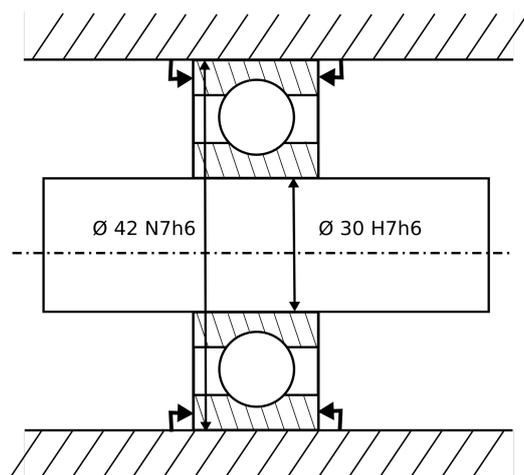


FIGURE 1.11 – Exemple d'ajustement "bâti tournant par rapport à la charge"

Dans cette configuration, des arrêts en translation assureront le blocage de la bague intérieure.

Calcul d'un roulement

Formule d'aide au dimensionnement d'un roulement

Des efforts mécaniques sont exercés sur le roulement (radialement et axialement). On peut estimer la durée de vie de celui-ci en fonction de ses caractéristiques (données par le constructeur) et des sollicitations (imposées par le mécanisme et à déterminer par l'ingénieur).

On appelle **charge dynamique de base** C d'un roulement, la charge radiale (axiale pour une "butée") constante en intensité et en direction, que peuvent endurer 90% des roulements d'un lot pendant 1 million de cycles avant de manifester des signes de fatigue mécanique (rupture ou initiation de fissures macroscopiques).

On appelle **capacité de charge statique** C_0 , la charge limite au delà de laquelle on constate des niveaux de déformation inadmissibles.

L'estimation de la durée de vie d'un roulement est donnée par :

$$L = \left(\frac{C}{P} \right)^k$$

L : D.D.V. de la liaison (en millions de tours) **C** : Charge dynamique de base du roulement
P : Charge dynamique calculée à partir du P.F.S. **k** : Coefficient (3 pour les roulements à billes, 10/3 pour les rouleaux)

Cette relation a été déduite de courbes de fatigue (cf. figure 1.12), ayant nécessité plusieurs dizaines de roulements sollicités de façon cyclique jusqu'à atteindre leur rupture.

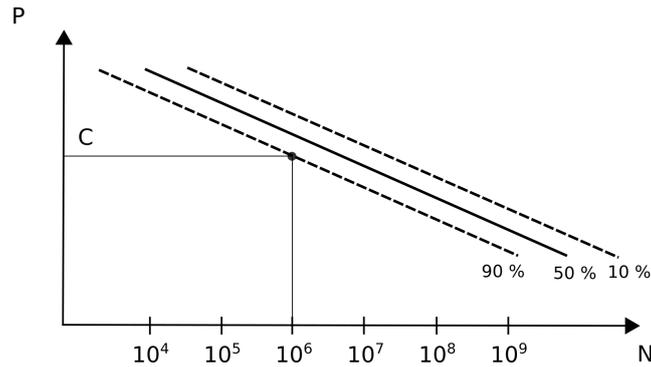


FIGURE 1.12 – Courbe de fatigue (axes représentés en échelle logarithmique)

Détermination de P

Pour déterminer la charge dynamique exercée sur un roulement, il est nécessaire de connaître les degrés de liberté associés à la liaison.

NB : Les formules suivantes sont définies pour le repère considéré, donné par la figure 1.13.

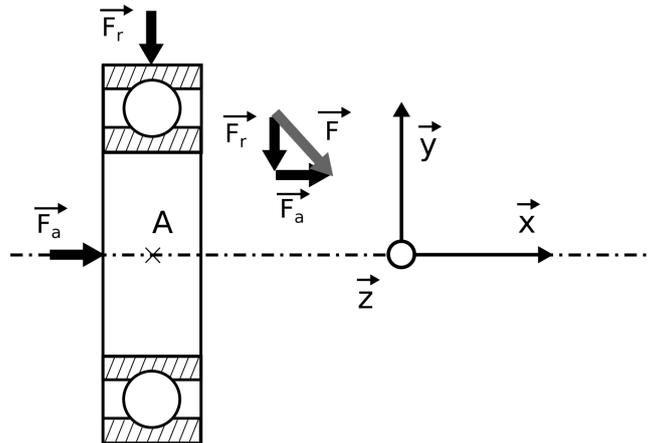


FIGURE 1.13 – Schéma d'un roulement et repère d'étude associé

Ainsi, le tenseur des efforts admissibles d'une liaison rotule est donné par :

$$L_A^{rotule} = \begin{cases} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{cases}; \quad \begin{array}{l} \text{Charge radiale} \\ \text{Charge axiale} \end{array} \quad \begin{array}{l} F_r = \sqrt{\dots\dots_A^2 + \dots\dots_A^2} \\ F_a = |\dots\dots_A| \end{array}$$

Des expériences de durée de vie de roulements ont été réalisées pour différents types de charge (axiale, radiale, combinée). Ces dernières ont permis de construire le diagramme "équi-DDV" suivant :

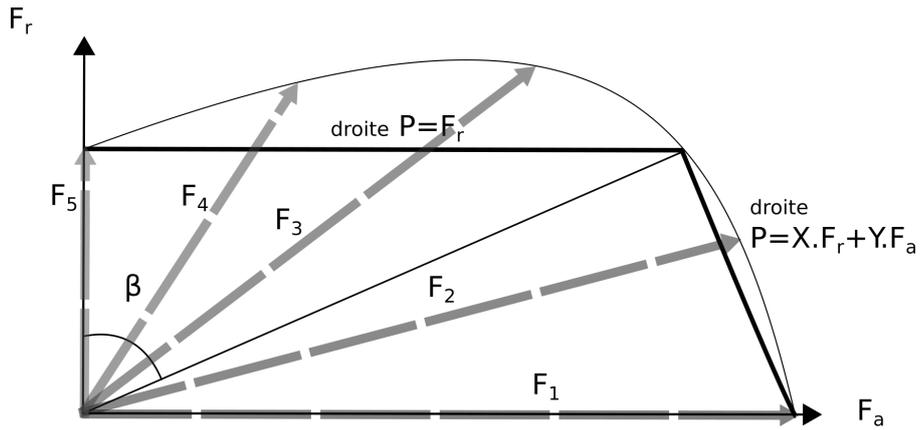


FIGURE 1.14 – Diagramme d'équivalence des chargements pour une durée de vie donnée

La courbe expérimentale est donnée pour une durée de vie fixée (par exemple $L=6$ millions de tour). Cette courbe est approximée par deux segments de droite. La frontière entre les deux domaines est définie par l'angle β . Il est intéressant de noter que cette approximation a été choisie de manière à sous-estimer la durée de vie. On parlera alors de prédiction

En pratique, on s'intéressera à la valeur de $\tan\beta = \frac{F_a}{F_r} = e$. e est donné dans les catalogues de roulement.

On distingue ainsi deux cas :

$$\frac{F_a}{F_r} \leq e \Rightarrow \text{Charge axiale } (P = F_r)$$

$$\frac{F_a}{F_r} > e \Rightarrow \text{Charge axiale } (P = X.F_r + Y.F_a)$$

X et Y sont données dans les catalogues de roulement. Une méthode de calcul des roulements à contact radial est présentée en page suivante.

Méthode de calcul des roulements à contact radial

Hypothèse : on connaît le chargement (F_a et F_r), la vitesse de rotation n (tr/mn), la durée de vie de la liaison L_h (heures).

1 : comparaison de F_a / F_r avec e ($0.19 \leq e \leq 0.44$) (prendre $e = e_{min} = 0.19$ par défaut)

cas 1 : $F_a / F_r > e$: $P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a$

cas 2 : $F_a / F_r \leq e$: $P = F_r$

2 : on calcule P (prendre $Y = Y_{max} = 2.30$ par défaut)

cas 1 : $P = 0.56 \cdot F_r + Y \cdot F_a$

cas 2 : $P = F_r$

3 : on calcule $C = P \cdot (L_h \cdot 60 \cdot n / 10^6)^{1/k}$; avec $k = 3$ pour des billes, $10/3$ pour des rouleaux.

4 : on recherche dans le catalogue un roulement ayant un C juste supérieur à celui calculé.

Cas 2 : c'est fini !

Cas 1 : le catalogue nous donne C_o

5 : on calcule F_a / C_o . Le tableau ci-dessous donne de nouvelles valeurs pour e et Y . On recommence à l'étape 1 jusqu'à ce que l'on retrouve deux fois le même roulement.

Tableau : valeurs de e et Y en fonction de F_a / C_o

F_a / C_o	0.014	0.028	0.056	0.084	0.110	0.170	0.280	0.420	0.560
e	0.19	0.22	0.26	0.28	0.30	0.34	0.38	0.42	0.44
Y	2.30	1.99	1.71	1.55	1.45	1.31	1.15	1.04	1.00

Liaison encastrement par clavette

Ce type de liaison est utilisé pour l'accouplement d'un engrenage, d'une poulie (...) de diamètre bien supérieur à celui de l'arbre. Cette liaison se décompose en deux : un arrêt en translation (par épaulement, circlips, entretoise, écrou freiné ...) et un arrêt en rotation par clavette. La clavette (de dimensions normalisées) est installée dans une rainure de clavette, préalablement fraisée dans l'arbre. L'alésage de la roue possède également une rainure obtenue par brochage, donc usinée sur toute la largeur de la roue. L'ajustement entre l'arbre et l'alésage est de type H-h (incertain).

La figure 1.15 décrit l'arrêt en rotation d'une roue d'engrenage sur un arbre.

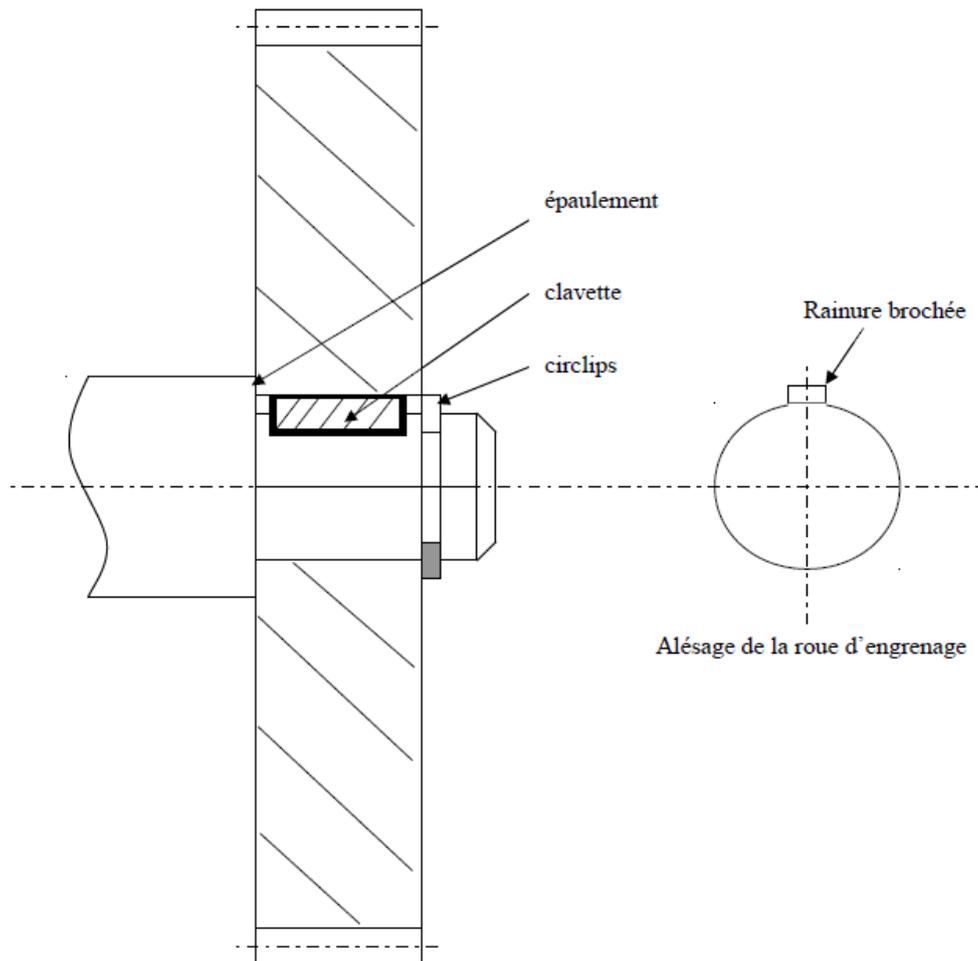


FIGURE 1.15 – Schéma d'une roue d'engrenage montée sur un arbre

Le bâti

Bâti moulé

Bâti en plusieurs parties avec plans de joint qui doivent pouvoir se démonter : le brut est donc arrondi de préférence (pas d'arrêtes vives) et sera ré-usiné au niveau des surfaces fonctionnelles. L'épaisseur doit être la plus constante possible pour éviter les fissures (dus aux contraintes thermiques) lors du refroidissement.

Réservé à

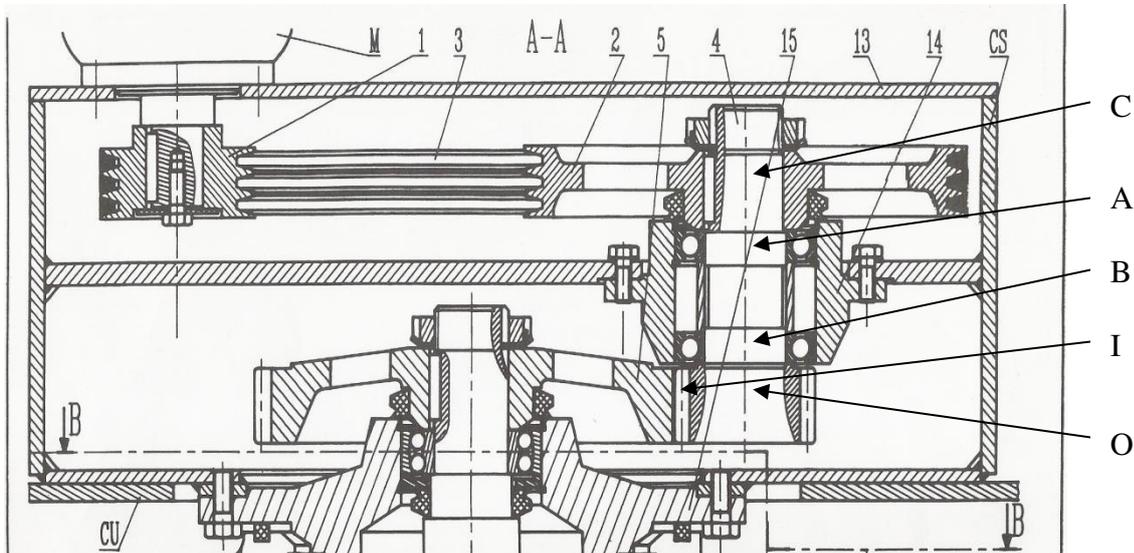
Bâti mécano-soudé

Le bâti est constitué de plaques que l'on découpe (éventuellement de cylindres). L'assemblage est réalisé ensuite par soudage ou visserie, selon si l'on souhaite pouvoir démonter le bâti ou non.

Réservé à

Sujet "Poulies-Courroie"

**Le mécanisme proposé représente un réducteur poulie courroie et à engrenages.
Nous souhaitons étudier l'arbre 4.**



Nomenclature succincte :

M : moteur	3 : courroie
1 : poulie ($R1 = 57\text{mm}$)	4 : arbre (pignon : $R4 = 51\text{mm}$)
2 : poulie ($R2 = 171\text{mm}$)	5 : engrenage ($R5 = 171\text{mm}$)

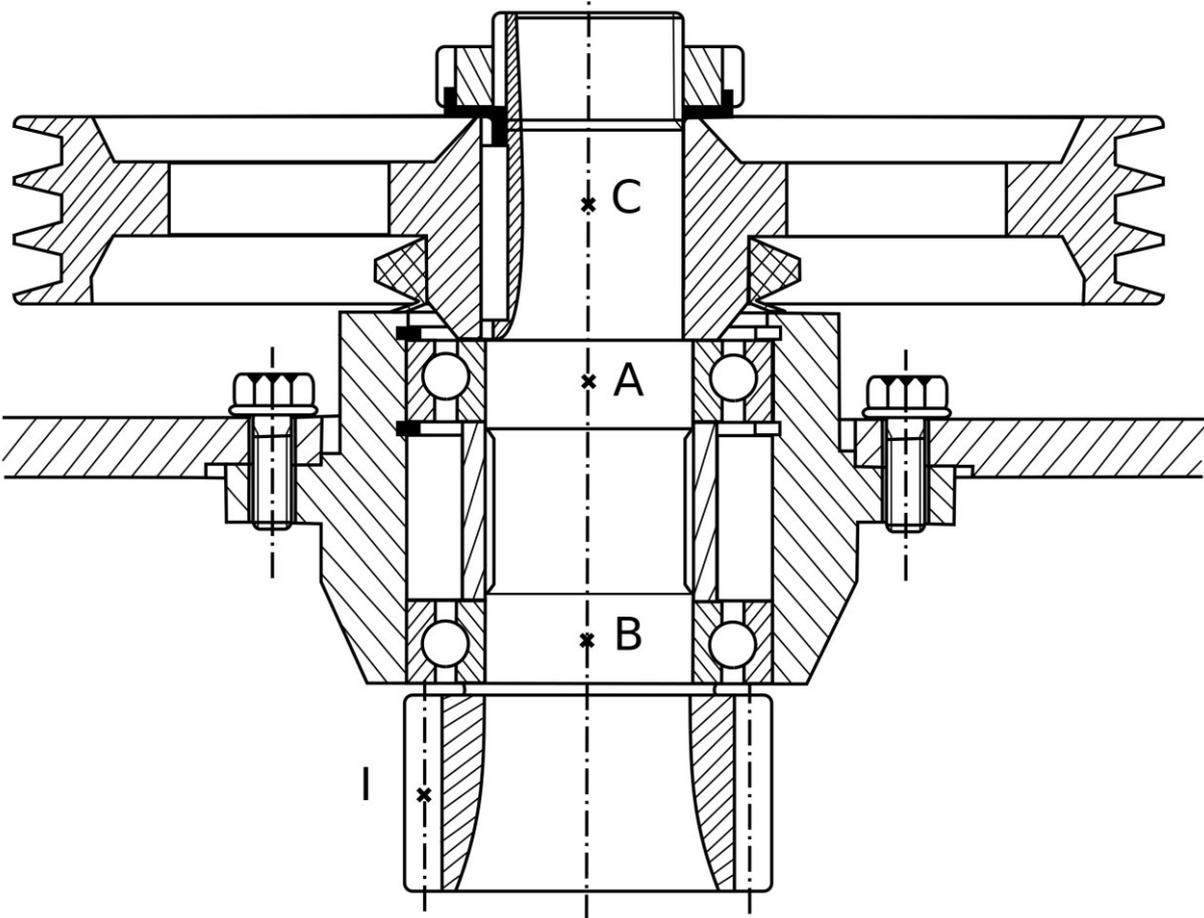


Données :

$OB = 40\text{mm}$, $OA = 101\text{mm}$, $OC = 136\text{mm}$	Angle de pression des engrenages 4 et 5 : 20°
Le moteur M développe une puissance de 15 kW à la vitesse de 955 tr/mn en régime établi.	Coefficient de frottement fonte caoutchouc : $f = 0.3$
Angle de la poulie : $2\beta = 36^\circ$.	Durée de vie des roulements : 15000 heures
	Entraxe des poulies : $L = 434\text{mm}$

Dessin : (10 points)

Dessiner à l'échelle 1 l'ensemble cinématique lié à l'arbre 4 ainsi que le bâti (que vous pouvez modifier) en utilisant un montage rotule-rotule (vous pouvez déplacer les roulements et rapprocher les points C et O). Bien mettre en évidence les arrêts en translation des roulements (3 points) ainsi que leurs ajustements de montage (1 point).



Séance 2 :

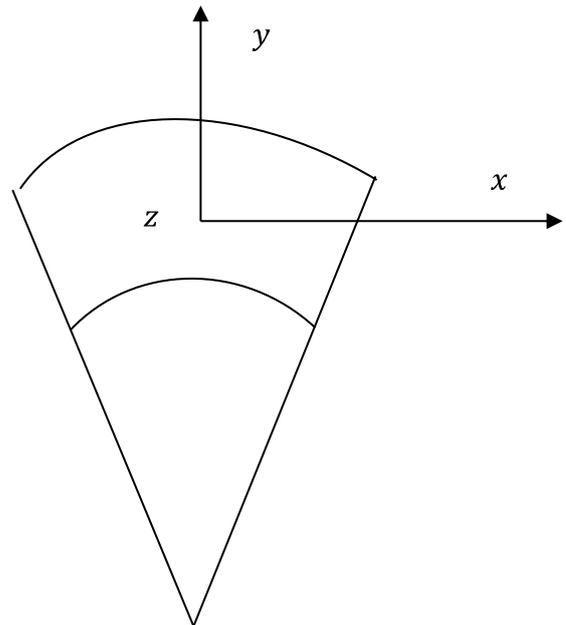
Cours d'introduction sur les poulies-courroie

Relation entre la tension du brin tendu T et celle du brin mou t

I : courroie plate

On isole une portion de courroie. et créent une pression de contact poulie-courroie.

est équivalente à un glisseur appliqué en suivant tel que : = avec action de la poulie sur la courroie.



: rayon de la poulie
: épaisseur de la courroie
: largeur de la courroie

hypothèse : \ll

On obtient :

dû à P :

dû aux frottements de Coulomb :

avec f coefficient de frottement poulie-courroie, $f = \tan \varphi$. Condition de non glissement de la courroie sur la poulie : $\alpha < \varphi$. $f_{\text{(caoutchouc-fonte)}} = 0.3$.

Principe Fondamental de la Dynamique : PFD, équation de la résultante : =

On supposera que \cong .

Si l'on se place à vitesse de rotation constante, l'accélération est centripète (purement normale) :

=

d'où les équations :

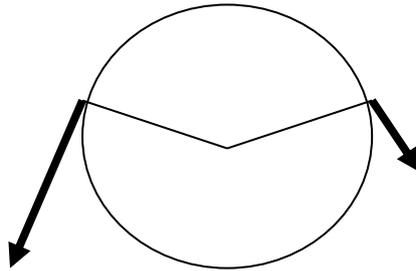
En effectuant un développement limité au premier ordre :

Ou encore :

D'où le rapport des deux équations :

Conditions aux limites :

Hypothèse : α constant, indépendamment de θ .



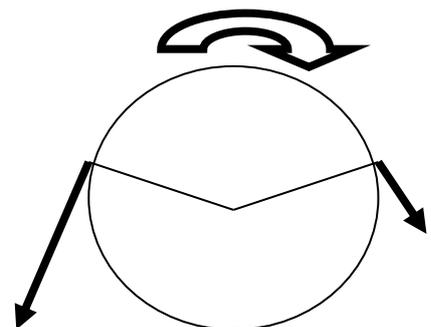
On intègre la relation :

On obtient la relation d'Euler (1775)

Remarque : lorsque la vitesse tangentielle de la courroie est modérée ($V_t = r \cdot \omega < 8 \text{ m/s}$), les efforts inertiels (« force centrifuge ») sont négligeables par rapport aux autres efforts en présence.

On obtient la **relation d'Euler simplifiée** :

Pour déterminer T et t, il nous faut une deuxième relation les liant : c'est l'équation du moment (PFD)
à vitesse de rotation constante :



Remarques :

La limite de glissement est atteinte pour , $f = \tan \varphi = \tan \alpha$.

La première poulie à patiner sera toujours la plus petite (θ le plus faible).

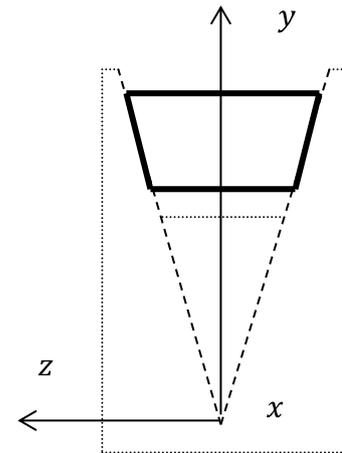
On peut augmenter artificiellement θ en ajoutant un galet tendeur et en plaçant le brin mou au-dessus (ventre par gravité).

II : courroie trapézoïdale

On isole une portion de courroie (attention, le plan de représentation a changé !)

Angle d'ouverture de la poulie : 2β

La pression radiale P est remplacée ici par une pression latérale q



Effectuer le même travail que pour les courroies plates (5 points)

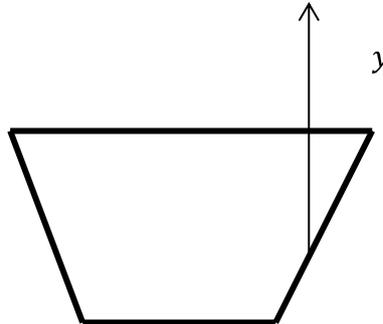
En déduire la relation d'Euler

Et si la vitesse tangentielle est inférieure à 8 m/s : Euler simplifié

Néanmoins, la valeur de β est limitée par le phénomène d'arc-boutement de la courroie en sortie de poulie. La courroie se dégagera de la poulie en V si une vitesse de glissement existe entre la poulie et la courroie.

Remarque : ce phénomène de coincement se fera au démarrage (ω petit), car les phénomènes inertiels auront tendance ensuite à aider le décoincement de la courroie de sa gorge.

Courroie en sortie de poulie



Il y a en ce point glissement donc : V_g radiale (portée par y) et $M / N = f$

$N =$

Equation de la résultante suivant y : pour que la vitesse de dégagement (ou de glissement) existe, il faut que la résultante des forces soit orientée vers $+ y$.

Conclusion : il faut que

$$\beta \geq$$

Remarques :

En comparant les résultats sur les deux types de courroies, on constate que :

$$\tan\alpha / \sin\beta > \tan\alpha, f = \tan\varphi > \tan\alpha$$

On augmente donc grâce à la forme trapézoïdale la limite de glissement d'un coefficient $\frac{1}{\sin\beta} \approx 3$. Il en résulte un t plus faible et un couple transmissible bien supérieur !

Objectifs :

1 : Calculer les efforts aux roulements en A et B (5 points). En déduire le dimensionnement des roulements (5 points). Puis automatiser ces calculs avec un programme Excel (5 points)

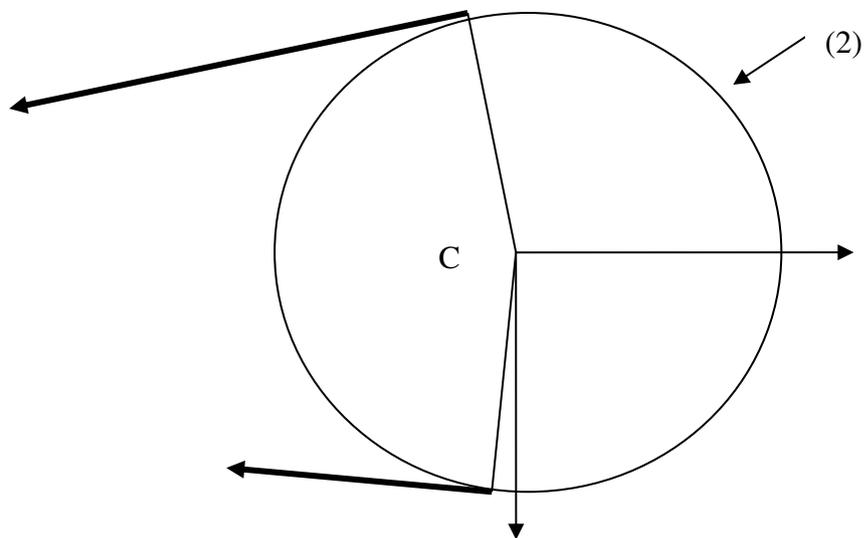
Séance 3 :

Dimensionner les roulements (5 points). Puis automatiser ces calculs avec un programme Excel (5 points)

2 : Redessiner à l'échelle 1 l'ensemble lié à l'arbre 4 avec le bâti et les dimensions des roulements calculés (10 points).

Données :

Efforts à la poulie 2 :



Efforts appliqués à l'arbre (4) :

L'écrou à encoches exerce une force $F_{ser} = 7000$ N (appliquée entre O et C).

La roue (2) est en liaison encastrement avec (4) en C (T et t tangents à (2))

Le contact entre (4) et (5) se fait en I

$F_{5/4} = 3708 x + 5094 y - 8823 z$ (effort en Newton)

Chapitre 2

Transmission d'efforts par engrenages

Principe

Intérêts Les engrenages permettent de transmettre la puissance mécanique entre deux arbres parallèles ou sécants.

Selon le type de mécanisme, les systèmes d'engrenages peuvent assurer :

1. Une modification de la vitesse/du couple de rotation,
2. Une modification du sens de rotation,
3. Une conversion d'un mouvement de rotation en mouvement de translation.

Arbres parallèles		Arbres sécants
Engrenages cylindriques		Engrenages coniques
Pignon	Couronne	

TABLE 2.1 – Schémas cinématiques

Obtention

En fonction de l'application finale (milieu, sollicitations mécaniques et thermiques, rapports de réduction, encombrement...), on optera pour un matériau plastique ou métallique. Le matériau et la géométrie de la pièce à réaliser définissent généralement la méthode d'obtention.

Par injection

On injecte sous pression une matière plastique dans un moule.

- Cette méthode est réservée aux grandes séries (faible coût).
- La précision de cette méthode se traduit par une bonne précision du mécanisme.
- La puissance transmise reste relativement faible pour un encombrement donné (résistance des matériaux).

Par usinage

Les roues sont en acier ou en aluminium dans ce cas. Il existe plusieurs procédés d'obtention.

Fraisage

Une fraise (dite "fraise mère"), au profil identique à celui de la dent, vient usiner chaque dent.

- Cette méthode s'adapte à une fraiseuse classique.
- La coupe est réalisée par rotation, dent par dent.
- Cette technique ne convient que pour un nombre de dents bien défini.

Outil pignon

L'outil possède le même profil de coupe que l'engrenage à tailler. La méthode d'obtention permet d'imposer une cinématique - à l'outil et à la galette à usiner - équivalente à celle d'un engrènement entre deux engrenages. L'outil travaille en mortaisage.

- Cette méthode, adaptée aux grandes séries, est la plus communément utilisée.
- Lors du procédé, la cinématique est imposée, à la fois, à l'outil et à la galette de matière brute.
- 12 dents au minimum peuvent être usinées par cette technique.

Outil crémaillère

L'outil possède un profil de coupe semblable à celui d'une crémaillère. La méthode d'obtention permet d'imposer la cinématique - à l'outil et à la galette à usiner - équivalente à celle d'un engrènement entre un engrenage et une crémaillère. L'outil travaille en mortaisage.

- La cinématique est imposée, à la fois, à l'outil et à la galette de matière brute.
- Il est possible de tailler autant de dents que possible, à partir d'un nombre minimal de 17.

Electro-érosion

La galette à usiner est découpée à l'aide d'un arc électrique entre deux électrodes. Ce procédé est réservé à de faibles épaisseurs.

- **EDM** : Electrical Discharge Machining
- L'enlèvement de matière s'effectue sous décharge électrique.
- Ce procédé est réservé aux matériaux métalliques (conducteurs d'électricité) quelle que soit leur dureté.
- La vitesse de coupe (et donc d'usinage) est relativement faible.

Géométrie de la denture

Pour obtenir un engrènement aussi continu que possible, un soin particulier doit être porté à la géométrie de la denture.

Taillage d'un engrenage par outil crémaillère

La figure 2.1 illustre le fonctionnement d'un système pignon-crémaillère (et par réciprocity, du procédé de taillage d'un engrenage par outil crémaillère).

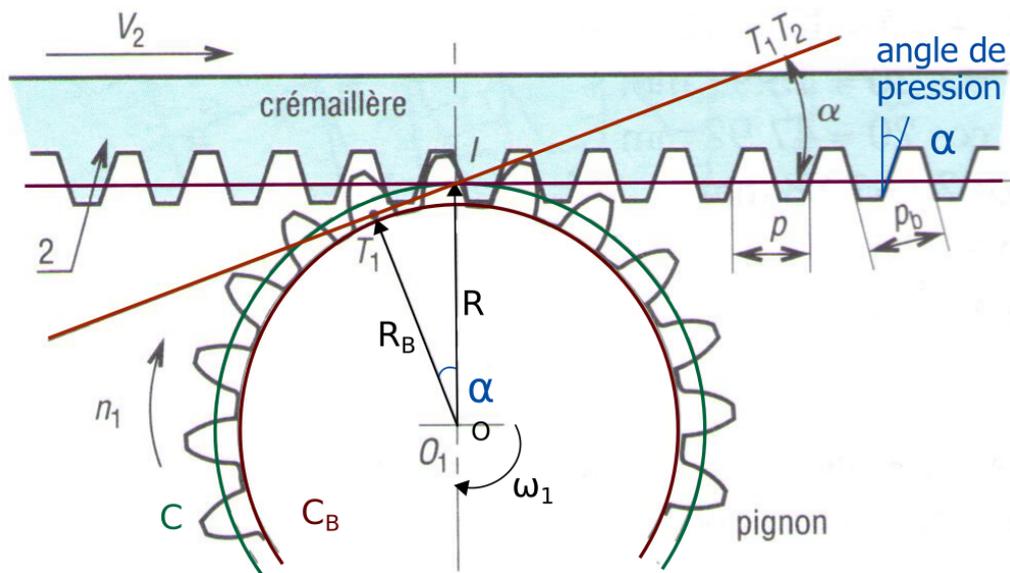


FIGURE 2.1 – Procédé de taillage par outil crémaillère

On en déduit la trajectoire du point M.

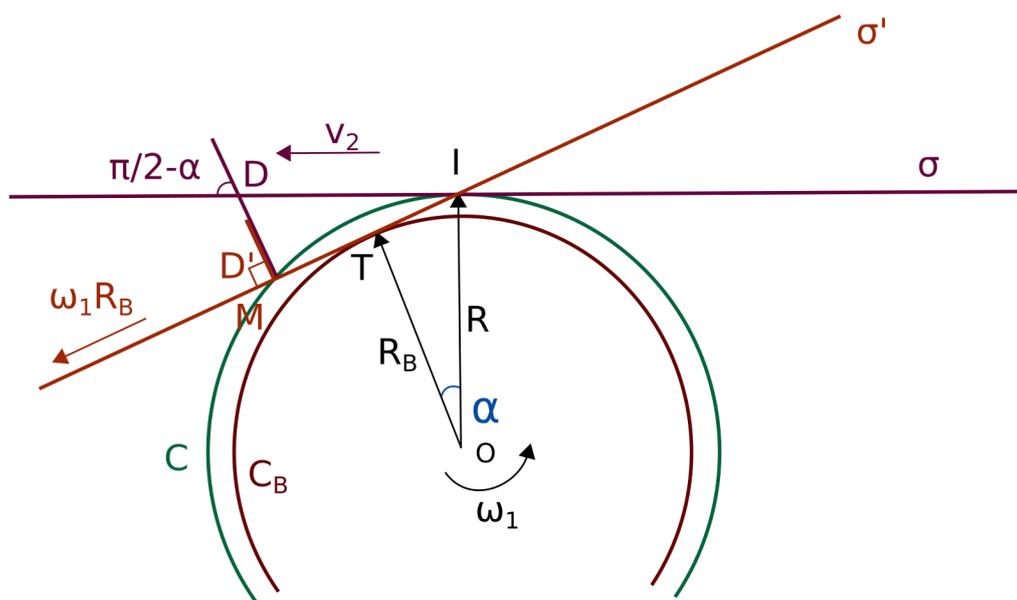


FIGURE 2.2 – Procédé de taillage par outil crémaillère : profil en développante de cercle

Texte à trous : ... roule sans glisser sur, fixée à ..., pousse ..., fixée à passe par ... et est tangente à ... en

Lien entre le cercle primitif, le cercle de base et l'angle de pression

L'expression du rayon de base est donnée par :

$$R_B = R \cdot \cos(\alpha)$$

Description du profil de dent

C'est la trajectoire de ... (appartenant à ...) par rapport à ... : C'est une **développante de cercle**.
 ... : point de contact entre les dents de deux roues.

Développante de cercle

Trajectoire d'un point d'une droite **D** qui roule sans glisser sur le cercle

Avec :

C_B : cercle de base de la denture

D' : arrête coupante de l'outil

Le profil de la denture obtenu est illustré en figure 2.3.

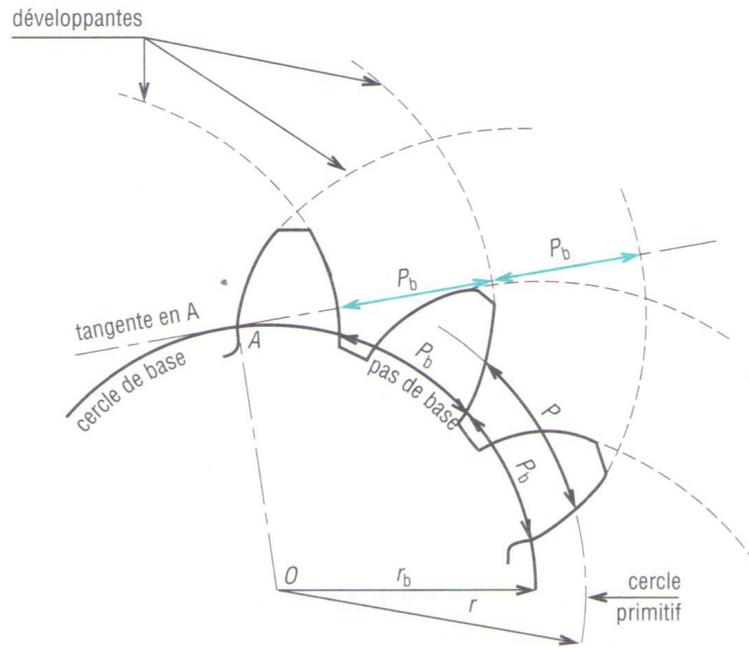


FIGURE 2.3 – Profil des dents à l'issue de l'usinage

La figure 2.4 illustre l'engrènement entre deux pièces usinées par le même outil crémaillère.

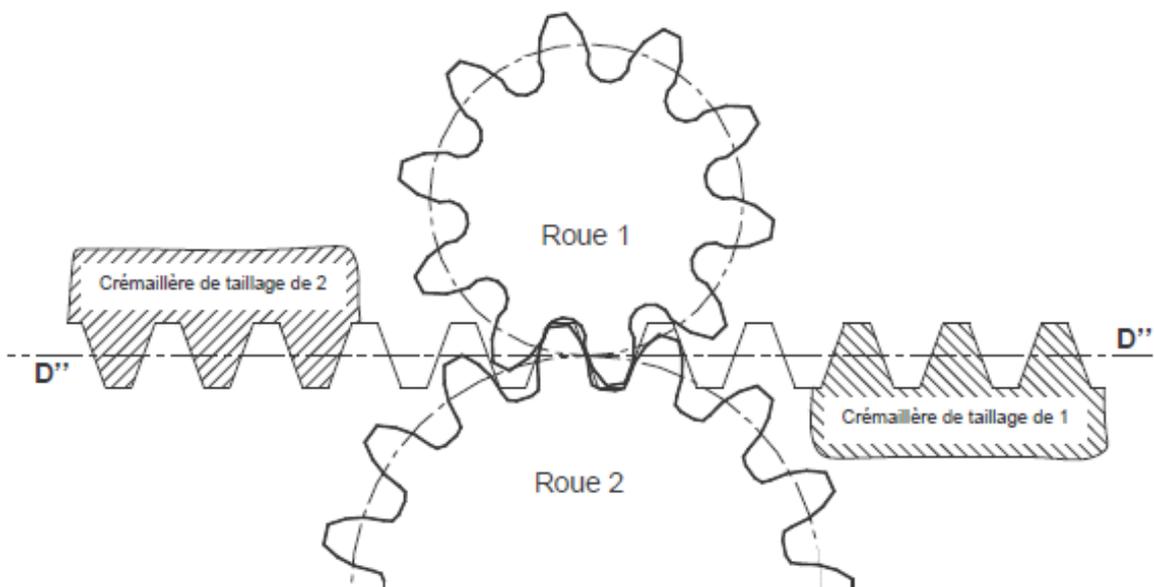
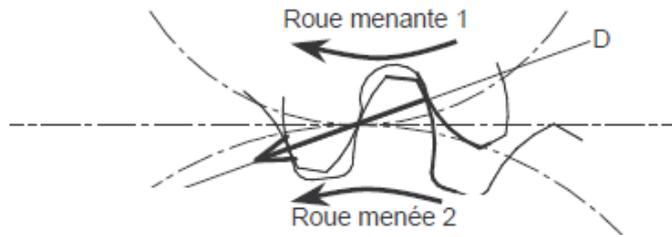
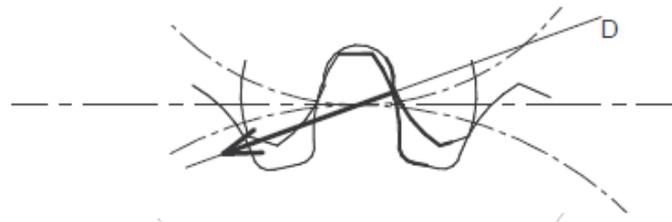


FIGURE 2.4 – Engrènement entre deux engrenages de même module

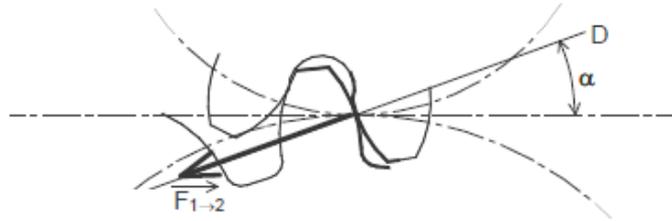
Étape 1



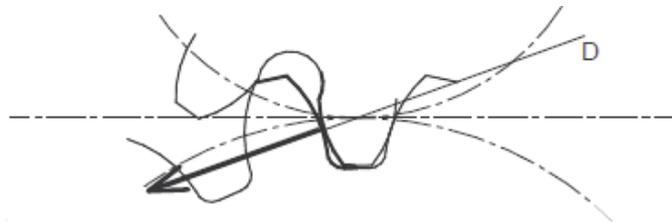
Étape 2



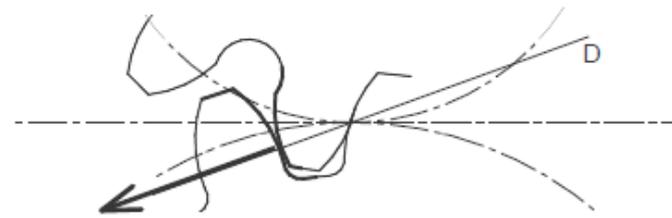
Étape 3



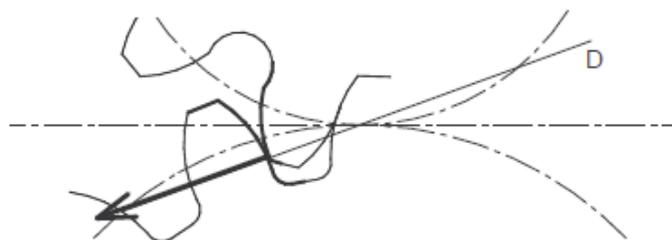
Étape 4



Étape 5



Étape 6



Droite **D** : droite d'action de l'engrenage, inclinée de α , angle de pression de la denture.

Formulaire

Le vocabulaire spécifique aux engrenages est présenté sur la figure 2.5.

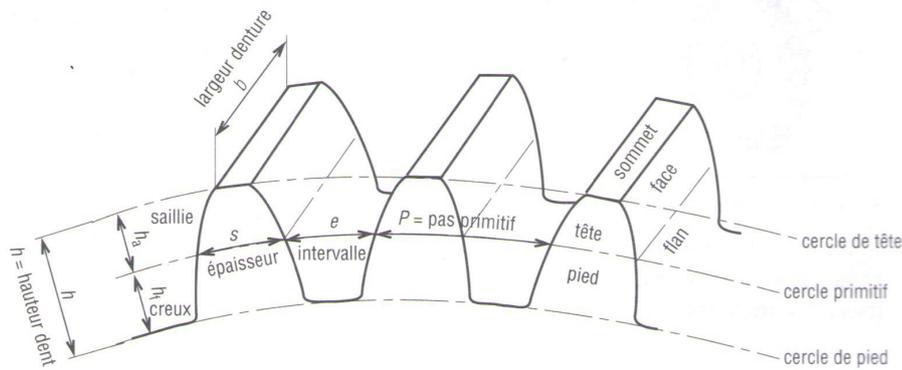


FIGURE 2.5 – Vocabulaire et géométrie de la denture d'engrenage

Voici un formulaire recensant les principales caractéristiques et formules des engrenages droits à denture droite (le nombre de dents (entier!) est noté Z :

- **module** : $m = \frac{d}{Z}$ (normalisé en mm).
- **pas primitif** : $p = \frac{2R\pi}{Z} = \frac{mZ\pi}{Z} = m\pi$.
- **limite élastique pratique** : $\sigma_{Pe} = \frac{\sigma_{Re}}{k_s}$. σ_{Re} est la limite élastique du matériau (en MPa) et k_s le coefficient de sécurité.
- **largeur de la dent** : $b = k.m$, $k \neq k_s$, $8 \leq k \leq 16$. k est le coefficient de largeur de denture.
- $m \geq 2.34 \sqrt{\frac{T}{k\sigma_{Pe}}}$, $k \neq k_s$, $8 \leq k \leq 16$. Ce modèle très simple provient d'un calcul de RdM, où la dent est assimilée à une poutre. Il s'agit de la formule de Lewis.
- **diamètre de tête** : $d_a = d + 2m$
- **diamètre de pied** : $d_f = d - 2.5m$
- **diamètre de base** : $d_b = d \cdot \cos(\alpha)$. α est l'angle de pression défini précédemment.
- **hauteur de dent** : $h = h_a + h_f = m + 1.25m = 2.25m$

Les valeurs de m sont normalisées. La série de Renard vous est accessible sous "TP_Batz".

Engrènement

Le **rapport de transmission** r est le rapport des rayons des cercles primitifs ou du nombre de dents.

$$r = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$$

Deux roues engrèment si :

- Elles ont le même module \mathbf{m}
- Elles ont le même angle de pression α

Si on fait l'hypothèse de **roulement sans glissement**, on peut écrire :

- $V_1 = V_2 = \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$
- $T = F_{1/2} \cdot \cos(\alpha)$ (effort tangentiel à la dent)
- au primitif : $\eta \approx 1$ (roulement sans glissement)

NB : 13 dents au minimum.

Autres systèmes reposant sur l'utilisation d'engrenages

Des systèmes plus complexes trouvent leur place dans diverses applications industrielles.

Roue et vis sans fin

On trouve le système d'engrenages **roue et vis sans fin**. La transmission du mouvement s'effectue entre deux arbres orthogonaux. Ce système comprend une "vis" et une roue droite à denture hélicoïdale.

- Les glissements et les frottements y sont importants, conduisant ainsi à un rendement médiocre ($\eta \approx 0.4$).
- Une bonne lubrification est indispensable.
- L'engrènement est des plus silencieux qui soient (transmission sans chocs).
- Le sens de rotation de la roue est fonction du sens de rotation de la vis et de l'inclinaison de la denture. La vis peut toujours entraîner la roue mais pas l'inverse.
- Ce mécanisme permet de grands rapports de réduction (jusqu'à 1/200).

Trains épicycloïdaux

On parle de **train d'engrenages** pour un ensemble comprenant plus de deux roues dentées. Il existe des systèmes de trains d'engrenages remarquables appelés **trains épicycloïdaux** ou **trains planétaires**. Ils sont composés d'un planétaire d'entrée, un planétaire de sortie, d'un porte-satellites et de 2, 3 ou 4 satellites (dont les axes de rotation sont mobiles).

- De grands rapports de réduction sont possibles sous un faible encombrement (application : boîtes de vitesse automatiques).
- Les puissances transmises restent relativement modérées.
- Le rendement diminue quand le rapport de réduction augmente.

Sujet "Engrenages"

Calcul de denture des engrenages d'un réducteur à axes parallèles fixes

On désire concevoir un réducteur à axes parallèles. L'accouplement d'entrée et de sortie se fera par clavette avec épaulement et taraudage central (diamètre de l'arbre d'entrée : 20 mm, diamètre de l'arbre de sortie 30 mm, longueur clavetée 40 mm). Les dimensions du bâti devront être les plus faibles possibles. Les efforts en entrées et en sortie sont des couples purs.



cahier des charges :

binôme	1	2	3	4	5	6
rapport de réduction*	1.8	1.8	2	2	2.2	2.2
Entraxe en mm*	64	68	68	72	72	76
puissance transmise en kW	22	21	21	20	20	19

binôme	7	8	9	10	11	12
rapport de réduction*	2.4	2.4	2.6	2.6	2.8	2.8
Entraxe en mm*	76	80	80	84	84	88
puissance transmise en kW	19	18	18	17	17	16

Une tolérance de 5% en tolérée sur *

vitesse d'entrée = 2000 tr/mn

engrenages droits (rendement unitaire), angle de pression $\alpha = 20^\circ$, module à déterminer.

Données : résistance élastique de l'acier : $\sigma_{Re} = 340$ MPa, coefficient de sécurité : $k_s = 1.04$
Déterminer les modules et le nombre de dents de chaque roue (programmes Excel pour systématiser l'étude ensuite)

Récapitulatif

	Roue 1	Roue 2
Module M		
Angle de pression α		
Nombre de dents Z (≥ 13)		
Diamètre primitif		
Diamètre de tête		
Diamètre de pied		
Diamètre de base		
$D_{base} \geq D_{pied}$?		

Travaux Pratiques

Travaux pratiques

Travail par groupes de 2 ou 3. Evaluation individuelle au cours de la séance. Le travail prévu pendant la séance sera à finir AVANT la séance suivante (si besoin).

L'évaluation consiste en la validation des blocs (note de 0 à 5 par bloc), bonus aux premiers.

Données : un étudiant (en forme) développe une puissance de 500 W et peut tourner la manivelle à 60 tr/mn.

Séance 5 et 6 :

Bloc 1 : schématisation cinématique :

Faire le schéma cinématique minimal (une liaison au plus entre deux sous-ensembles cinématiques) puis non minimal (une liaison par surface fonctionnelle) du réducteur.

Bloc 2 : montage roulements :

Quel est le montage des roulements utilisé pour chaque arbre ? Préciser les arrêts en translation.

Réaliser la chaîne de cotes relative au montage hyperstatique des roulements.

Préciser les ajustements qu'il faudrait avoir au niveau des bagues des roulements (rappeler la règle).

Bloc 3 : engrenages :

Déterminer les caractéristiques de chaque pignon : nombre de dents, module, diamètres, angle de pression, coefficient de largeur k , entraxe.

En déduire l'effort tangentiel maxi transmissible (Résistance élastique 340 MPa, coefficient de sécurité $k_s = 1.2$). Est-ce compatible avec l'utilisation du réducteur par un étudiant en forme ?

Bloc 4 : calcul roulements :

Calculer la durée de vie des roulements (le mécanisme doit pouvoir encaisser en entrée un effort extérieur radial vertical descendant de 500 N et un effort axial extérieur de 300 N, pas d'effort extérieur en sortie).

Calculer les roulements minimaux pour une durée de vie de 2000 heures.

Thème de synthèse

Séance 7

Travail préparatoire avant la séance :

Adaptez vos programmes excel de PFS de calcul de roulements et de denture d'engrenages au thème suivant.

Travail pendant la séance :

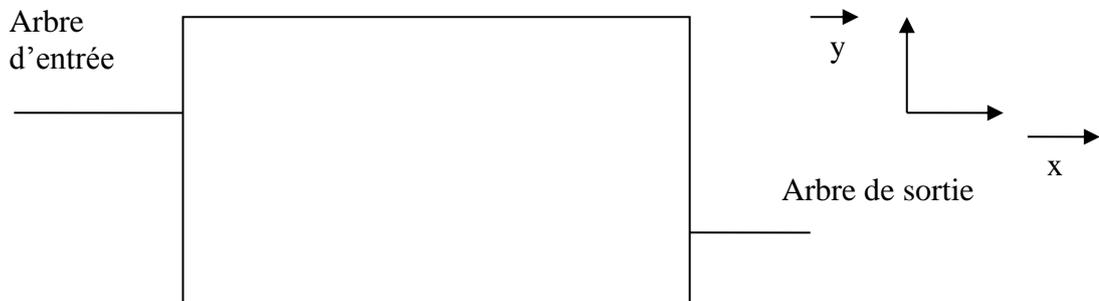
Conception d'un réducteur à axes parallèles fixes en binôme

On désire concevoir un réducteur à axes parallèles. Ce réducteur aura un bâti mécano soudé composé de tôles d'épaisseur 10 mm soudées entre elles ou vissées, et de chapeaux (pièces tournées), bâti sur lequel on pourra visser différents modules (moteur, récepteur, plaque support).

L'accouplement d'entrée et de sortie se fera par clavette avec épaulement et taraudage central (diamètre de l'arbre d'entrée en dehors du bâti : 20 mm, diamètre de l'arbre de sortie en dehors du bâti 30 mm, longueur clavetée 40 mm en entrée et en sortie).

La lubrification se fera par bain d'huile. L'arbre d'entrée et de sortie doivent pouvoir supporter un effort vertical descendant de 2000 N (porté par $-z$) et un effort axial de 500 N (porté par $+x$ en entrée et $-x$ en sortie), les arbres de sortie et d'entrée étant à la même hauteur suivant z . Les dimensions du bâti devront être les plus faibles possibles.

Vue de dessus de l'ensemble :



Cahier des charges :

Engrenages droits, angle de pression $\alpha = 20^\circ$, module à déterminer.

projet	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Puissance (KW)	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
Vitesse d'entrée (tr/mn)	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900	2000	2100
Rapport de réduction* (arrondi au millième)	3	3	2.125	2.5	2.333	2.5	3	1.857	2.231	1.933	2.063	1.412
Entraxe* (mm)	130	130	112.5	98	100	140	117	80	84	121	73.5	92.25
Durée de vie (heures)	4000	3500	3000	3200	2900	2800	2700	2600	2500	2300	2200	2000

*** : une marge de 5% est tolérée**

Données :

résistance élastique de l'acier : $\sigma_{Re} = 340$ MPa, coefficient de sécurité $k_s = 2$

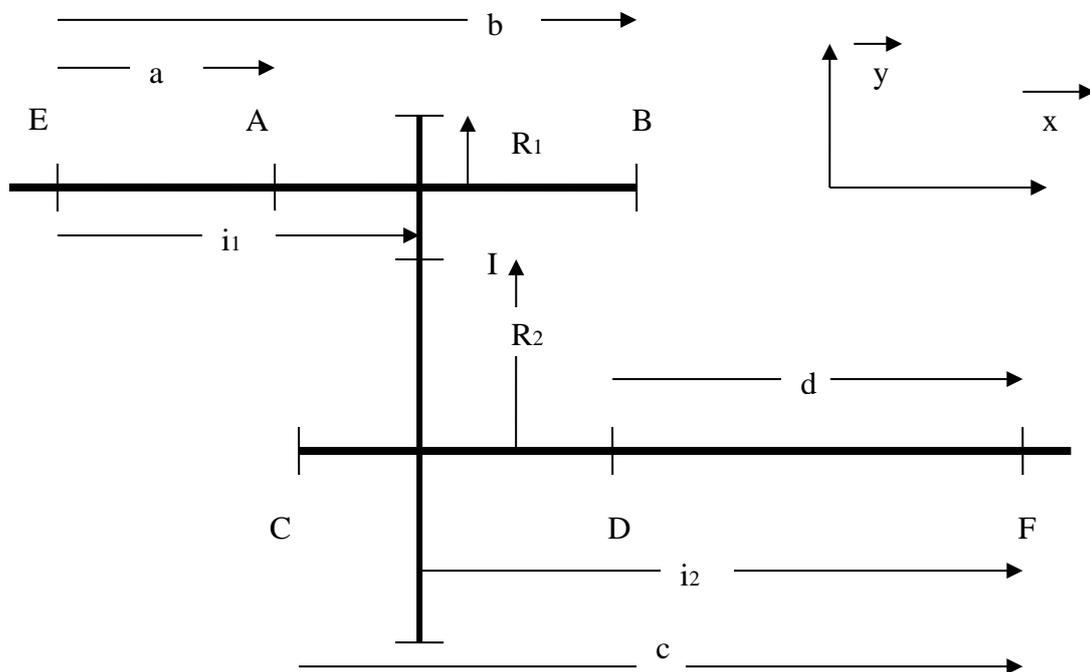
Travail à faire :

Vous devez déterminer les engrenages, les roulements et effectuer un dessin du mécanisme échelle 1 (étanchéité, ajustements au niveau des roulements) : une vue en coupe passant par le milieu des deux axes ; ainsi qu'une perspective à main levée de la vue extérieure du mécanisme.

Engrenages : (12 points)

	Roue 1	Roue 2
Module M		
Angle de pression α	20°	20°
Nombre de dents Z		
Diamètre primitif		
Diamètre de tête		
Diamètre de pied		
Diamètre de base		
Largeur de denture		

Schéma (E et F milieu des clavettes d'entrée et de sortie, A, B, C, D roulements, I point de contact entre les cercles primitifs, R1 et R2 rayons primitifs) L'arbre (1) tourne dans le sens trigonométrique.



Complétez en mm : à mesurer sur votre dessin de définition

a		c	
b		d	
i1		i2	
R1		R2	

Calculez les roulements (18 points) (tableaux itératifs des 4 roulements)

Roulement A : remplir (en Newton)

X=		Fa=		Roulement :
Y=		Fr=		
Z=		C _{calculé} =		

Roulement B : remplir (en Newton)

X=		Fa=		Roulement :
Y=		Fr=		
Z=		C _{calculé} =		

Roulement C : remplir (en Newton)

X=		Fa=		Roulement :
Y=		Fr=		
Z=		C _{calculé} =		

Roulement D : remplir (en Newton)

X=		Fa=		Roulement :
Y=		Fr=		
Z=		C _{calculé} =		

Perspective extérieure du mécanisme à main levée : (6 points)